ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր
Том 123 2023 № 2
Volume

МЕХАНИКА

УДК 531.36, 629.7.052
DOI:10.54503/0321-1339-2023.123.2-7

С. Р. Мартиросян

Оптимальные гарантированные алгоритмы скоростной коррекции инерциальной навигационной системы

(Представлено чл.-кор. НАН РА Ара С. Аветисяном 10/V 2023)

Ключевые слова: *инерциальная навигационная система, скоростная коррекция, произвольно коррелированная помеха измерений, гарантирующий подход, минимаксные алгоритмы оценивания, аналитическое решение*

Введение. Коррекция инерциальной навигационной системы, установленной на борту летательного объекта, с помощью дополнительной информации различной природы является основным источником повышения точности её функционирования. Детальное исследование задачи коррекции проведено в [1]. Одним из распространённых типов дополнительной информации является информация о скорости объекта, извлекаемая, например, из показаний доплеровских измерителей скорости. В соответствии с информационным подходом задача коррекции решается как задача оценивания фазовых переменных уравнений ошибок инерциальной навигационной системы по измерениям [1]. Выбор алгоритма оценивания обусловлен моделью помехи измерения. Так как по той или иной причине корреляционные характеристики помехи измерения неизвестны, то представляет практический интерес рассмотрение задачи коррекции в условиях неопределённости, когда помеха измерения является случайным процессом с произвольной корреляцией [2]. В этом случае к решению задачи оценивания ошибок инерциальной навигационной системы применяется гарантирующий подход, при котором находятся оптимальные гарантированные характеристики точности получаемых оценок, соответствующие наихудшим значениям корреляционных характеристик помехи измерения.

М. Л. Лидовым впервые поставлена и сведена к задаче линейного программирования задача «о наихудшей корреляции» [3]. Гарантирующий подход при решении задач механики применён Б. В. Булгаковым [4]. Различные стороны гарантирующего подхода рассматривались, например, в

[5-8]. В инерциальной навигации гарантирующий подход применён впервые в [9] при решении задачи позиционной коррекции в условиях неопределенности.

В предлагаемой статье исследуется задача скоростной коррекции инерциальной навигационной системы в условиях неопределённости, когда помеха измерения является случайным процессом с произвольной корреляцией. Получено её аналитическое решение с помощью основной леммы и утверждений, сформулированных и доказанных в [9].

1. Постановка задачи. Пусть на борту объекта установлена инерциальная навигационная система, корректируемая с помощью дополнительной информации о скорости объекта, извлекаемой из показаний доплеровских измерителей скорости. Будем полагать, что объект движется с крейсерской скоростью по траекториям, близким к ортодромии. При этом уравнения ошибок инерциальной навигационной системы разделяются на две независимые группы, описывающие ошибки вдоль направления движения и в поперечном направлении, в связи с чем говорят о продольном и боковом каналах уравнений ошибок [1].

Боковой и продольный каналы уравнений ошибок инерциальной навигационной системы на интервалах времени, в течение которых производится коррекция, описываются, соответственно, системами уравнений [1]:

$$\dot{y}_I(\tau) = Ay_I(\tau),\ y_I(\tau) = (y_1(\tau), y_2(\tau), y_3(\tau))^*,\ \tau \in [0, T]; \qquad (1.1)$$

$$\dot{y}_{II}(\tau) = Ay_{II}(\tau),\ y_{II}(\tau) = (y_4(\tau), y_5(\tau), y_6(\tau))^*;\ \tau \in [0, T]; \qquad (1.2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (1.3)$$

Здесь, $y_i(\tau), i = \overline{1,6}$ – безразмерные переменные одного и того же порядка: $y_1 = \pi_1 + U \cdot \beta_3$, $y_2 = \alpha_1 - \varepsilon_1^o$, $y_3 = \pi_1 + \nu_1^o$, $y_4 = \pi_2$, $y_5 = \alpha_2 - \varepsilon_2^o$, $y_6 = \pi_2 + \nu_2^o$; π_1 и π_2 – величины, характеризующие ошибку в определении линейной скорости движения в боковом и продольном направлениях; α_1 и α_2 – угловые ошибки выставки приборной вертикали в боковом и продольном направлениях; ε_1^o и ε_2^o – постоянные приведённые погрешности бокового и продольного ньютонометров; β_3 – кинематическая ошибка азимутального угла; U – скорость вращения Земли; $\nu_1^o = \nu_1/\omega_0$ и $\nu_2^o = \nu_2/\omega_0$ – постоянные дрейфы гироплатформы в боковом и продольном направлениях; $\tau = \omega_0 \cdot t$ – безразмерное время;

ω_0 – частота Шулера: $\omega_0^2 = g/a_0$, g – гравитационное ускорение, a_0 – радиус Земли; t – размерное время; знак $(*)$ означает транспонирование.

Уравнения ошибок (1.1) и (1.2) написаны в предположении, что характерные значения переменных $\alpha_i, \pi_i, \varepsilon_i^o, \nu_i^o$ $(i = 1,2)$ на порядок меньше характерного значения β_3 [1].

Сторонняя скоростная информация, дополняющая системы уравнений (1.1) и (1.2), соответственно, имеет вид:

$$z_1(\tau) = y_1(\tau) + w_1(\tau); \quad z_2(\tau) = y_4(\tau) + w_2(\tau); \quad \tau \in [0, T]; \tag{1.4}$$

$z_1(\tau)$, $z_2(\tau) \in R^1$ – непосредственно измеряемые величины; $w_1(\tau)$, $w_2(\tau) \in R^1$ – помехи измерений, являющиеся произвольно коррелированными гауссовскими процессами с нулевым математическим ожиданием и с ограниченной дисперсией:

$$Mw_1(\tau) = 0, Mw_1^2(\tau) = \sigma_1^2(\tau) \le \sigma_1^2, Mw_1(\tau)w_1(s) = r_1(\tau, s)\sigma_1(\tau)\sigma_1(s); \tag{1.5}$$

$$Mw_2(\tau) = 0, Mw_2^2(\tau) = \sigma_2^2(\tau) \le \sigma_2^2, Mw_2(\tau)w_2(s) = r_2(\tau, s)\sigma_2(\tau)\sigma_2(s); \tag{1.6}$$

σ_1 и σ_2 – известные величины; автокорреляционные функции $r_1(\tau, s)$ и $r_2(\tau, s)$ неизвестны. Известно только, что $|r_1(\tau, s)| \le 1$, $|r_2(\tau, s)| \le 1$ и $r_1(\tau, s), r_2(\tau, s) \in K(\tau, s)$, $K(\tau, s)$ – класс интегрируемых автокорреляционных функций [2].

Задача скоростной коррекции состоит в построении оценок фазовых переменных систем (1.1) и (1.2) в момент времени T по измерениям (1.4). Будем считать, что $T \le \pi/2$: реальные интервалы коррекции удовлетворяют этому условию ($\pi/2 \approx 20$ мин).

Соотношения (1.4) перепишем в виде

$$z_1(\tau) = H^*(\tau)q_I + w_1(\tau),\ q_I = y_I(T); \quad z_2(\tau) = H^*(\tau)q_{II} + w_2(\tau),\ q_{II} = y_{II}(T); \tag{1.7}$$

$$H(\tau) = \exp\{A^*(\tau - T)\} \cdot h_1,\ h_1 = (1, 0, 0)^*. \tag{1.8}$$

Нетрудно подсчитать, что

$$H(\tau) = (1, -\sin(T - \tau), \cos(T - \tau) - 1)^*. \tag{1.9}$$

2. Оптимальные гарантированные алгоритмы априорного оценивания. Сформулируем некоторые результаты теории оптимального гарантированного априорного оценивания [3, 9–11]. Для удобства рассмотрим задачу гарантированного оценивания в общей постановке. Рассмотрим линейную динамическую систему

$\dot{y}(\tau)=A(\tau)y(\tau),\ \tau\in[0,T];\ y_0=y(0)$; $y(\tau)\in R^m$; $A(\tau)\in R^{m\times m}$; (2.1)

$y(\tau)$ – вектор состояния системы; $A(\tau)$ – кусочно-непрерывная матричная функция.

Пусть на промежутке времени $[0,T]$ проводятся измерения компонент фазового вектора $y(\tau)$ системы (2.1):

$$z(\tau)=h^*(\tau)y(\tau)+w(\tau),\ \tau\in[0,T];\ h(\tau)\in R^m;\ z(\tau),w(\tau)\in R^1. \quad (2.2)$$

Здесь $h(\tau)$ – кусочно-непрерывная вектор-функция; $z(\tau)$ – непосредственно измеряемая величина; $w(\tau)$ – помеха измерения, удовлетворяющая вероятностным гипотезам:

$$Mw(\tau)=0,\ Mw^2(\tau)=\sigma^2(\tau)\le\sigma^2,\ Mw(\tau)w(s)=r(\tau,s)\sigma(\tau)\sigma(s) –$$

неизвестна. (2.3)

Здесь σ – известная величина, а об автокорреляционной функции $r(\tau,s)\in K(\tau,s)$ известно только, что она является интегрируемой и ограниченной функцией: $|r(\tau,s)|\le 1$.

Требуется построить линейную несмещённую оценку $\hat{l}$ величины $l=P^*q$, где $P\in R^m$ – заданный вектор – целевой вектор, содержащий одну единичную компоненту, а остальные компоненты – нули. Тем самым целевой вектор P определяет выбранную для оценки компоненту вектора параметров $q=y(T)\in R^m$ системы (2.1).

Представим измерения (2.2) в виде

$$z(\tau)=H^*(\tau)q+w(\tau),\ \tau\in[0,T]; \quad (2.4)$$

$H(\tau)=\left(\theta^{-1}(T)\right)^*\theta^*(\tau)h(\tau)$; $\theta(\tau)$ – матрица фундаментальной системы решений (2.1).

Будем строить оценку $\hat{l}$ величины

$$l=P^*q$$

на классе линейных оценивателей вида

$$\hat{l}=\int_0^T\Phi(\tau)z(\tau)d\tau,\ \tau\in[0,T];\ \Phi(\tau)=\Phi_H(\tau)+\sum_{j=1}^n\Phi_j\delta(\tau-\tau_j); \quad (2.5)$$

$\Phi(\tau)$ – весовая функция измерения $z(\tau)$, подлежащая определению;

$\Phi_H(\tau)$ – кусочно-непрерывная функция; Φ_j, $j=\overline{1,n}$ – числа (n – произвольно).

Функция $\Phi(\tau)$ определяет алгоритм оценивания – оцениватель.

Требование несмещённости оценки, т.е. равенства нулю ошибки оценки $\Delta l = \hat{l} - l$ в отсутствии помехи измерения, приводит к условию [3, 9-11]

$$\int_0^T H(\tau)\Phi(\tau)d\tau = P. \qquad (2.6)$$

Гарантированное значение дисперсии ошибки оценки $D = \max M(\Delta l)^2 = \left(\sigma\int_0^T |\Phi(\tau)|d\tau\right)^2$ достигается при $\sigma(\tau) = \sigma$, $r(\tau,s) = \operatorname{sgn}\Phi(\tau)\operatorname{sgn}\Phi(s)$ где $\operatorname{sgn}\Phi(\tau)$ – знак $\Phi(\tau)$; формально полагаем $\operatorname{sgn}\delta(\tau) = 1$. Среди всех алгоритмов оценивания $\{\Phi(\tau)\}$ найдём такой оцениватель $\Phi_0(\tau)$, при котором величина D минимальна: $D_0 = \min\limits_{\{\Phi(\tau)\}} D$.

Тогда задача построения оптимального алгоритма оценивания в случае произвольно коррелированной помехи измерения сводится к следующей задаче математического программирования [3, 9, 10, 12]:

$$\sigma\int_0^T |\Phi(\tau)|d\tau \to \min_{\{\Phi(\tau)\}}, \quad \int_0^T H(\tau)\Phi(\tau)d\tau = P. \qquad (2.7)$$

Её решение $\Phi_0(\tau)$ определяет оптимальный гарантированный алгоритм априорного оценивания. Рассмотренную задачу принято называть задачей о наихудшей корреляции [3]. При умеренной размерности системы (2.1), задачу (2.7) можно решить аналитически, сводя её к задаче построения обобщённого чебышевского полинома [9–11]. При высокой размерности её можно решить численными методами, сведением к задаче линейного программирования [3].

Заметим, что проблема (2.7) называется априорной потому, что $\max M(\Delta l)^2$ берётся по всем возможным реализациям измерения $z(\tau)$.

3. Аналитическое решение задачи оптимального гарантированного оценивания. Сведём задачу (2.7) к задаче нахождения обобщённого чебышевского полинома. Приведём некоторые результаты теории задач математического программирования вида (2.7) [10-12].

Замечание 3.1. Можно считать, что $P = (1, 0, \ldots, 0)^* \in R^m$, иначе следует поменять местами две соответствующие компоненты вектора $H(\tau) \in R^m$.

Сформулируем двойственную к (2.7) задачу: на множестве векторов $X \in R^m$ найти вектор, максимизирующий функционал

$$X^* P \to \max \quad \text{при условии } |X^* H(\tau)| \le 1, \ \tau \in [0, T]; \qquad (3.1)$$

$H(\tau)$, $P \in R^m$ – заданные векторы.

Пусть X_0 – решение задачи (3.1), а $\tau_1,...,\tau_l$, $l \le m$ – такие моменты времени, в которых $\left|X_0^* H(\tau_j)\right| = 1,\ j = \overline{1,l}$.

Рассмотрим систему алгебраических уравнений

$$N\Phi = P, \tag{3.2}$$

$$N = \left(H(\tau_1),...,H(\tau_l)\right) \in R^{m \times l},\quad \Phi = \left(\Phi_1,...,\Phi_l\right)^* \in R^l.$$

Справедливы утверждения [9-11]: система (3.2) совместна; $\Phi_0 = \sum_{j=1}^{l} \Phi_j \delta(\tau - \tau_j)$ – решение задачи математического программирования (2.7); оптимальные значения функционалов обеих задач совпадают: $\int_0^T \left|\Phi_0(\tau)\right| d\tau = X_0^* P$.

Таким образом, из решения двойственной задачи (3.1) получаем решение задачи (2.7).

Сведём задачу (3.1) к задаче построения обобщённого чебышевского полинома:

$$L = \min_{z_j} \max_{\tau} \left| H_1(\tau) + \sum_{j=2}^{m} u_j H_j(\tau) \right|,\ j = \overline{2,m},\ \tau \in [0,T]. \tag{3.3}$$

Можно показать [10,11], что из существования решения двойственной задачи (3.1) $X_0 = \left(x_{01},...,x_{0m}\right)^*$ следует существование решения задачи (3.3), достигаемое на наборе $\left\{u_j^0\right\}, j = \overline{2,m}$. При этом $L > 0$ и

$$x_{01} = L^{-1},\ x_{0j} = L^{-1} u_j^0,\ j = \overline{2,m}. \tag{3.4}$$

Справедливо и обратное утверждение: если решение задачи (3.3) достигается на наборе $\left\{u_j^0\right\}, j = \overline{2,m}$ и $L > 0$, то существует решение двойственной задачи (3.1) и имеют место соотношения.(3.4).

Итак, для решения задачи математического программирования (2.7) можно предложить следующий алгоритм, удобный для аналитического исследования при умеренных значениях размерности системы (2.1) [9-11].

1. С помощью перестановки элементов $H(\tau) \in R^m$ исходная задача сводится к задаче с $P = (1,0,...,0)^* \in R^m$.

2. Строится обобщённый чебышевский полином (3.3); в моменты времени $\tau_1,...,\tau_l$ ($l \le m$) полином принимает наибольшие по модулю значения L. Моменты времени $\tau_1,...,\tau_l$ называются оптимальными моментами измерений.

3. Решая систему алгебраических уравнений (3.2), находим $\Phi^0 = (\Phi_{01},...,\Phi_{0l})$ ($l \le m$); Φ_{0j} – весовые коэффициенты алгоритма оценивания.

4. Строится решение исходной задачи (2.7) в виде

$$\Phi^0(\tau) = \sum_{j=1}^{l} \Phi_j^0 \delta(\tau - \tau_j) \tag{3.5}$$

и определяется минимальное значение функционала:

$$\sigma\int_0^T \left|\Phi^0(\tau)\right| d\tau = \sigma\sum\nolimits_{j=1}^{l} \left|\Phi_j^0\right| = L^{-1}. \tag{3.6}$$

Оптимальный алгоритм гарантированного оценивания использует лишь $l \le m$ измерений из всех измерений, имеющихся на промежутке $[0,T]$. Использование остальных измерений может ухудшить точность оценок. В этом суть принципиального отличия гарантированного алгоритма оценивания от традиционных алгоритмов типа наименьших квадратов.

Как показано в [9], в задаче позиционной коррекции инерциальной навигационной системы $l = m$: число оптимальных моментов измерений l равно размерности системы уравнений ошибок, откуда следует единственность алгоритмов оценивания.

4. Оптимальные гарантированные алгоритмы скоростной коррекции инерциальной навигационной системы и основные результаты.

4.1. Исследуем боковой канал уравнений ошибок (1.1), (1.7). Сначала рассмотрим задачу (2.7) с $P = (0,0,1)^*$ и $H(\tau) = (1, -\sin(T-\tau), \cos(T-\tau)-1)^*$, соответствующую оцениванию параметра $y_3(T)$, которая согласно замечанию 3.1 эквивалентна задаче (2.7) с $P = \tilde{P} = (1,0,0)^*$,

$$H(\tau) = \tilde{H}(\tau) = (\cos(T-\tau)-1, 1, -\sin(T-\tau))^* \tag{4.1}$$

и согласно п. 3 сводится к нахождению обобщённого чебышевского полинома $S_0(\tau)$:

$$L = \max_{\tau\in[0,T]} \left|S_0(\tau)\right| = \min_{u_2,u_3} \max_{\tau\in[0,T]} \left|S(\tau)\right|,$$

$$S(\tau) = \cos(T-\tau) - 1 + u_2 + u_3 \sin(T-\tau). \tag{4.2}$$

С помощью графоаналитических методов исследования можно показать, что при

$$u_2^0 = \sin^2(T/4)/\cos(T/2),\ u_3^0 = tg(T/2),\ T \le \pi/2 \tag{4.3}$$

полином $S_0(\tau) \in \{S(\tau)\}$:

$$S_0(\tau)=\cos(T-\tau)-1+u_2^0+u_3^0\sin(T-\tau), \qquad (4.4)$$

является чебышевским – наименее уклоняющимся от нуля, принимающим максимальное по модулю значение

$$L_1=\left|u_2^0\right|=\left|\sin^2(T/4)/\cos(T/2)\right| \qquad (4.5)$$

в точках:

$\tau_1=0$, $\tau_2=T/2$, $\tau_3=T$ – оптимальных моментах измерений. (4.6)

Нетрудно убедиться, что полином $S_0(\tau)\in\{S(\tau)\}$ удовлетворяет условиям леммы, сформулированной и доказанной в [9(п.4)], позволяющей находить обобщённый чебышевский полином, лишь установив существование полинома с нужными свойствами.

Весовые коэффициенты $\Phi_{3,1}^0,\Phi_{3,2}^0,\Phi_{3,3}^0$ алгоритма оценивания

$$\Phi_3^0(\tau)=\Phi_{3,1}^0\delta(\tau)+\Phi_{3,2}^0\delta(\tau-T/2)+\Phi_{3,3}^0\delta(\tau-T) \qquad (4.\ 7)$$

подсчитываются из условия несмещённости (3.2), в котором $l=m=3$; $\tau_1=0$, $\tau_2=T/2$,

$\tau_3=T$, а $H(\tau)$ и P задаются соотношениями (4.1).

Итак, задача (2.7), соответствующая оцениванию параметра $y_3(T)$, решена.

Согласно замечанию 3.1 решение задачи (2.7) для параметров $y_1(T)$ и $y_2(T)$, эквивалентно её решению для случаев, в которых $H(\tau)$ задаётся выражением (4.1), а целевые векторы определяются выражениями $\tilde{P}=(0,1,0)^*$ и $\tilde{P}=(0,0,1)^*$ соответственно.

Из выполнения условий следствия леммы [9], (п.4), следует, что оптимальные моменты измерений, соответствующие оцениванию параметров $y_1(T)$, $y_2(T)$ и $y_3(T)$, одни и те же: определяются равенствами (4.6). Значения максимальных уклонений соответствующих обобщённых чебышевских полиномов исчисляются по формуле (3.4):

$$L_s=\left|u_s^0\right|L_1^{-1},\ s=2,3, \qquad (4.8)$$

где u_2^0 и u_3^0 определены выражениями (4.3), а L_1 – выражением (4.5).

Подставляя значения (4.3) и (4.5) в выражения (4.8), получаем

$$L_2=1;\ L_3=1/2\cdot tg(T/4). \qquad (4.9)$$

Из условий несмещённости (3.2), записанных в виде

$$\Phi_1^0=N^{-1}(1,0,0)^*;\ \Phi_2^0=N^{-1}(0,1,0)^*;\ \Phi_3^0=N^{-1}(0,0,1)^*; \qquad (4.10)$$

$$N=\left(H\left(\tau_1\right),H\left(\tau_2\right),H\left(\tau_3\right)\right)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ \sin T & \sin T/2 & 0\\ \cos T-1 & \cos T/2-1 & 0\end{pmatrix};\ T\le\pi/2;$$

$$\det N=4\sin\left(T/2\right)\sin^2\left(T/4\right)\ne 0;\ T\le\pi/2, \tag{4.11}$$

находим весовые коэффициенты алгоритмов оценивания $y_1(T)$, $y_2\left(T\right)$ и $y_3\left(T\right)$:

$$\Phi_{11}^0=\Phi_{12}^0=0\ ,\ \Phi_{13}^0=1\ ; \tag{4.12}$$

$$\Phi_{21}^0=-1/\left(2\sin T/2\right);\ \ \Phi_{22}^0=ctg\left(T/4\right);$$

$$\Phi_{23}^0=-\sin\left(3T/4\right)/\left(2\sin\left(T/2\right)\sin\left(T/4\right)\right);$$

$$\Phi_{31}^0=-1/\left(4\sin^2\left(T/4\right)\right);\Phi_{32}^0=\cos\left(T/2\right)/\left(2\sin^2\left(T/4\right)\right);$$

$$\Phi_{33}^0=\left(1-2\cos\left(T/2\right)\right)/\left(4\sin^2\left(T/4\right)\right).$$

Из условия (4.11) очевидна единственность алгоритмов оценивания Φ_1^0, Φ_2^0 и Φ_3^0.

В соответствии с выражениями (4.5) и (4.9) среднеквадратические значения оптимальных гарантированных ошибок оценок параметров $y_1\left(T\right)$, $y_2\left(T\right)$ и $y_3\left(T\right)$, подсчитанные по формуле (3.6), равны:

$$d_{opt}\left(y_1\left(T\right)\right)=\sigma_1L_2^{-1}=\sigma_1,\quad d_{opt}\left(y_2\left(T\right)\right)=\sigma_1L_3^{-1}=2ctg\left(T/4\right)\sigma_1, \tag{4.13}$$

$$d_{opt}\left(y_3\left(T\right)\right)=\sigma_1L_1^{-1}=\cos\left(T/2\right)\left(\sin^2\left(T/4\right)\right)^{-1}\sigma_1,\ T\le\pi/2.$$

Оптимальные гарантированные оценки $\hat{y}_s=\sum_{j=1}^{3}\Phi_{sj}^0\cdot z_1(\tau_j)$ ($s=1,2,3$) параметров $y_1\left(T\right)$, $y_2\left(T\right)$ и $y_3\left(T\right)$, определяемые задачей (2.7), имеют вид

$$\hat{y}_1\left(T\right)=z_1\left(T\right); \tag{4.14}$$

$$\hat{y}_2(T)=-\left(2\sin^2\left(T/2\right)\right)^{-1}z_1(0)+ctg\left(T/4\right)z_1\left(T/2\right)-\sin\left(3T/4\right)\left(2\sin\left(T/2\right)\sin\left(T/4\right)\right)^{-1}\cdot z_1(T);$$

$$\hat{y}_3(T)=\left(-z_1(0)+2\cos(T/2)\cdot z_1(T/2)+(1-2\cos(T/2)\cdot z_1(T)\right)\cdot\left(4\sin^2(T/4)\right)^{-1}.$$

4.2. Исследуем продольный канал уравнений ошибок инерциальной навигационной системы (1.2) по измерениям (1.7). Будем искать решение задачи гарантированного оценивания параметров продольного канала $y_4(T)$, $y_5(T)$, $y_6(T)$ с помощью алгоритма, подробно описанного в разд. 4.1. Из условий задач (1.1), (1.7) и (1.2), (1.7): матрица систем (1.1) и (1.2) одна и та же, а также вектор $H(\tau)$ измерений $z_1(\tau)$ и $z_2(\tau)$ один и тот же, следует тождественность оптимальных составов измерений и соответствующих обобщённых чебышевских полиномов. Различие – в вероятностных характеристиках помех измерений: разные значения величин σ_1 и σ_2, ограничивающих дисперсии помехи измерений $w_1(\tau)$ и $w_2(\tau)$, влияющие на среднеквадратические значения оптимальных гарантированных ошибок оценок. Соответственно, выражения (4.13) и (4.14) в силу их линейности запишутся в виде

$$d_{opt}(y_4(T)) = \sigma_2 L_2^{-1} = \sigma_2, \qquad d_{opt}(y_5(T)) = \sigma_2 L_3^{-1} = 2ctg(T/4)\sigma_2, \tag{4.15}$$

$$d_{opt}(y_6(T)) = \sigma_2 L_1^{-1} = \cos(T/2)\cdot\left(\sin^2(T/4)\right)^{-1}\sigma_2,\ T \le \pi/2;$$

$$\hat{y}_4(T) = z_2(T); \tag{4.16}$$

$$\hat{y}_5(T) = -\left(2\sin^2(T/2)\right)^{-1} z_2(0) + ctg(T/4)z_2(T/2) - \sin(3T/4)\left(2\sin(T/2)\sin(T/4)\right)^{-1}\cdot z_2(T);$$

$$\hat{y}_6(T) = \left(-z_2(0) + 2\cos(T/2)\cdot z_2(T/2) + (1 - 2\cos(T/2)\cdot z_2(T)\right)\cdot\left(4\sin^2(T/4)\right)^{-1}.$$

Оценки (4.14) и (4.16) легко реализуемы. В силу линейности задачи выражения для оценок и ошибок оценок при переходе к размерным переменным умножаются на соответствующий масштабный множитель.

Институт механики НАН РА
e-mail: mechinsstella@mail.ru

С. Р. Мартиросян

Оптимальные гарантированные алгоритмы скоростной коррекции инерциальной навигационной системы

Получено аналитическое решение задачи скоростной коррекции инерциальной навигационной системы в условиях неопределённости, когда помеха измерения является случайным процессом с произвольной корреляцией.

Ս. Ռ. Մարտիրոսյան

Արագության չափման ներքո իներցիալ նավիգացիոն համակարգի ճշտման օպտիմալ երաշխավորված ալգորիթմները

Ստացված է արագության չափման տվյալների օգնությամբ իներցիալ նավիգացիոն համակարգի ճշտման խնդրի անալիտիկ լուծումը:

S. R. Martirosyan

Optimal Guaranteed Algorithms Inertial Navigation System Corrections with Velocity Information

An analytical solution to the problem of speed correction of an inertial navigation system under conditions of uncertainty is obtained – measurement noise is a random process with an arbitrary correlation.

Литература

1. *Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. М. Изд-во МГУ. 1982. 174 с.
2. *Лоэв М.* Теория вероятностей. М. ИЛ. 1962. 719 с.
3. *Лидов М. Л.* – Космич. исследования. 1964. Т. 2. № 5. С. 713-715.
4. *Булгаков Б. В.* Прикладная теория гироскопов. М. – Л. Гостехиздат. 1939. 258 с.
5. *Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Определение и коррекция движения. М. Наука. 1980. 360 с.
6. *Huber P. J.* – Annals of Mathematical Statistics. 1964.V. 35. P. 73-101.
7. *Kurzhanskii A. B., Valyi I.* Ellipsoidal Calculas for Estimation and Control. Laxenburg, Austria, IIASA, Birchauser, Boston. 1997.
8. *Tyrsin A. N., Golovanov O. A.* – J. Phys.: Contr. Ser. 2388 012074 .2022.
9. *Матасов А. И., Мартиросян С. Р.* – Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 2. С. 4 - 14.
10. *Белоусов Л. Ю.* – Космич. исследования. 1969. Т. 7. № 1. С. 28-34.
11. *Белоусов Л. Ю., Крупень В. Я.* – Космич. исследования. 1974. Т. 12. № 2. С. 194-106.
12. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. М. Наука. 1968. 475 с.