ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 122 2022 № 3

МЕХАНИКА

УДК 539.3
DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.3-196

Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян

Прикладные задачи статического поперечного изгиба и устойчивости листа графена

(Представлено 11/VI 2022)

Ключевые слова: *прямоугольный лист графена, континуально моментно-мембранная теория пластин, поперечный изгиб, статика, устойчивость.*

1. Введение. Методы механики деформируемого твердого тела получили широкое распространение в моделировании деформаций наноструктур. Построение континуальных моделей деформаций двумерных наноматериалов, в частности графена, является одной из современных проблем механики деформируемых твердых тел. Известно, что деформация кристаллических наноматериалов происходит по схеме «сдвиг плюс поворот» [1]. Обосновано также утверждение, что при изучении деформаций двумерных наноматериалов по континуальной теории необходимо использование трёхмерной моментной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений [2-4]. Указанные выше исследования открывали дорогу для решения проблемы разработки континуальной теории деформаций двумерных наноматериалов как адекватной теории пластин и оболочек по моментной теории упругости. Вначале была построена континуально одномерная стержневая модель линейной атомной цепочки, в дискретной модели которой взаимодействием между атомами считаются силовое нецентральное и моментное [5]. С использованием построенной континуально-моментной стержневой модели, заменяя взаимодействие между атомами двумерного наноматериала стержневой системой, построена дискретно-континуальная его модель. На примере графена, далее, предельным переходом построены две континуальные модели его деформации: 1) модель плоского напряжённого состояния листа графена, 2) модель его поперечного изгиба, причём обе эти модели идентичны соответствующим моделям моментно-мембранной теории упругих пластин [6, 7]. Определены все шесть упругих постоянных моментной теории упругости для материала графена. Таким образом, моментно-мембранные модели плоского напряжённого состояния и поперечного изгиба упругих пластин с уже известными упругими постоянными можно трактовать как континуальные модели для соответствующих деформаций листа графена. Эти построенные континуальные модели открывают широкую дорогу для постановки различных прикладных задач о деформациях листа графена.

В данной работе рассматриваются следующие прикладные задачи поперечного изгиба листа графена: 1) задача статического поперечного изгиба прямоугольного листа графена, когда он несёт поперечно распределённую нормальную нагрузку, а края его свободно опёрты; определены прогиб листа, а также действующие в нём усилия и моменты; 2) задача устойчивости для первоначально сжатого состояния листа графена; определена критическая нагрузка.

2. **Основные уравнения и граничные условия моментно-мембранной теории упругих тонких пластин.** Для изучения деформаций листа графена по континуальной теории от общих уравнений и соотношений моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек [6, 7] перейдем к частной теории – теории пластин. В итоге для пластин получим две отдельные теории: 1) модель плоского напряженного состояния моментно-мембранной теории упругих тонких пластин, 2) модель поперечного изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин. По этим моделям можем по отдельности изучать деформацию листа графена в своей плоскости и изгибной деформации от своей плоскости.

1) Основные уравнения плоского напряженного состояния моментно-мембранной теории упругих тонких пластин, выраженные в декартовых координатах (x, y), получим из общих уравнений и соотношений теории оболочек [6, 7]:

уравнения равновесия (движения)

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x}+\frac{\partial S_{21}}{\partial y}=\rho_0\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}-\left(p_1^+-p_1^-\right),\quad \frac{\partial S_{12}}{\partial x}+\frac{\partial T_{22}}{\partial y}=\rho_0\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}-\left(p_2^+-p_2^-\right),$$

$$\frac{\partial L_{13}}{\partial x}+\frac{\partial L_{23}}{\partial y}+\left(S_{12}-S_{21}\right)=J_0\frac{\partial^2 \Omega_3}{\partial t^2}-\left(m_3^+-m_3^-\right);\tag{1}$$

геометрические соотношения

$$\Gamma_{11}=\frac{\partial u_1}{\partial x},\ \Gamma_{22}=\frac{\partial u_2}{\partial y},\ \Gamma_{12}=\frac{\partial u_2}{\partial x}-\Omega_3,$$

$$\Gamma_{21}=\frac{\partial u_1}{\partial y}+\Omega_3,\ k_{13}=\frac{\partial \Omega_3}{\partial x},\ k_{23}=\frac{\partial \Omega_3}{\partial y};\tag{2}$$

физические соотношения упругости

$$T_{11}=\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\Gamma_{11}+\nu\Gamma_{22}\right),\ T_{22}=\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\Gamma_{22}+\nu\Gamma_{11}\right),$$

$$S_{12}=(\mu+\alpha)\cdot 2h[\Gamma_{12}+\eta\Gamma_{21}],$$
$$S_{21}=(\mu+\alpha)\cdot 2h[\Gamma_{21}+\eta\Gamma_{12}], \tag{3}$$
$$L_{13}=2Bhk_{13},\ L_{23}=2Bhk_{23},\ \eta=\frac{\mu-\alpha}{\mu+\alpha},\ B=\frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}.$$

Запишем граничные условия, например, вдоль края $y = const$:

а) статические граничные условия
$$T_{11}=\overline{T}_{11},\ S_{12}=\overline{S}_{12},\ L_{13}=\overline{L}_{13}, \tag{4}$$
б) геометрические граничные условия
$$u_1=\overline{u}_1,\ u_2=\overline{u}_2,\ \Omega_3=\overline{\Omega}_3.. \tag{5}$$

Могут иметь место также смешанные граничные условия. Отметим, что в литературе [8] известна указанная модель плоской деформации плас

тинки по моментной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений.

Сведем исходные уравнения и соотношения (1)-(3) модели плоского напряженного состояния моментно-мембранной теории упругих тонких пластин к разрешающим уравнениям. Подставив (2) в (3) и затем в уравнения равновесия (1), получим систему разрешающих уравнений относительно функций $u_1(x,y), u_2(x,y), \Omega_3(x,y)$:

$$(\lambda'+2\mu)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}+\frac{\partial u_2}{\partial y}\right)+(\mu+\alpha)\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 u_2}{\partial x\partial y}\right)+2\alpha\frac{\partial\Omega_3}{\partial y}=-p_1,$$
$$(\lambda'+2\mu)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}+\frac{\partial u_2}{\partial y}\right)+(\mu+\alpha)\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u_1}{\partial x\partial y}\right)-2\alpha\frac{\partial\Omega_3}{\partial x}=-p_2, \tag{6}$$
$$B\Delta\Omega_3-4\alpha\Omega_3+2\alpha\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}-\frac{\partial u_1}{\partial y}\right)=-m_3,$$

где
$$\lambda'=\frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu}=\frac{E\nu}{1-\nu^2},\quad \Delta(\cdot)=\frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2}, \tag{7}$$

Система уравнений (6) дополняется граничными условиями (4) или (5).

2) Основные уравнения и граничные условия модели поперечного изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин, которые следуют из общих уравнений и граничных условий теории тонких оболочек [6, 7], приведем в декартовой системе координат (x, y), считая, что на пластинку действует только нормально к её срединной плоскости распределённая нагрузка $p_3^+ - p_3^- = p_3$:

уравнения равновесия (движения)

$$\frac{\partial N_{13}}{\partial x} + \frac{\partial N_{23}}{\partial y} = 2\rho_0 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_3,$$

$$\frac{\partial L_{11}}{\partial x} + \frac{\partial L_{21}}{\partial y} + N_{23} = 2J_0 h \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial t^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial L_{12}}{\partial x} + \frac{\partial L_{22}}{\partial y} - N_{13} = 2J_0 h \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial t^2};$$

физические соотношения упругости

$$N_{13} = 2G^* h\Gamma_{13},\ N_{23} = 2G^* h\Gamma_{23}, G^* = \frac{4\mu\alpha}{\mu+\alpha},$$

$$L_{11} = 2h\frac{2\gamma}{\beta+2\gamma}\left[2(\beta+\gamma)k_{11} + \beta\cdot k_{22}\right],$$

$$L_{22} = 2h\frac{2\gamma}{\beta+2\gamma}\left[2(\beta+\gamma)k_{22} + \beta\cdot k_{11}\right], \quad (9)$$

$$L_{12} = 2h\left[(\gamma+\varepsilon)k_{12} + (\gamma-\varepsilon)k_{21}\right],$$

$$L_{21} = 2h\left[(\gamma+\varepsilon)k_{21} + (\gamma-\varepsilon)k_{12}\right];$$

геометрические соотношения

$$\Gamma_{13} = \frac{\partial w}{\partial x} + \Omega_2,\ \Gamma_{23} = \frac{\partial w}{\partial y} - \Omega_1,$$

$$k_{11} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial x},\ k_{22} = \frac{\partial \Omega_2}{\partial y},\ k_{12} = \frac{\partial \Omega_2}{\partial x},\ k_{21} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial y}; \quad (10)$$

Статические граничные условия, например, вдоль края $y = const$, выражаются в виде

$$N_{13} = \overline{N}_{13},\ L_{11} = \overline{L}_{11},\ L_{12} = \overline{L}_{12}, \quad (11)$$

а геометрические граничные условия – в виде

$$w = \overline{w},\ \Omega_1 = \overline{\Omega}_1,\ \Omega_2 = \overline{\Omega}_2. \quad (12)$$

Могут иметь место также смешанные граничные условия.

Сведем исходные уравнения и соотношения (8)-(10) модели поперечного изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин к разрешающим уравнениям. Подставляя (10) в (9) и затем в уравнения равновесия (8), получим систему дифференциальных уравнений относительно функций $w(x, y), \Omega_1(x, y), \Omega_2(x, y)$:

$$\Delta w+\left(\frac{\partial\Omega_2}{\partial x}-\frac{\partial\Omega_1}{\partial y}\right)=-\frac{p_3}{D_*},$$

$$\Delta\Omega_1+\nu_m\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Omega_1}{\partial x}+\frac{\partial\Omega_2}{\partial y}\right)+\frac{D_*}{D'}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\Omega_1\right)=0, \qquad (13)$$

$$\Delta\Omega_2+\nu_m\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Omega_1}{\partial x}+\frac{\partial\Omega_2}{\partial y}\right)-\frac{D_*}{D'}\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\Omega_2\right)=0.$$

где

$$D_*=2G^*h,\ D'=2h(\gamma+\varepsilon),\ \nu_m=2\frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}. \qquad (14)$$

При получении системы разрешающих уравнений модели изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин была учтена формула [5]

$$\beta=\frac{\gamma-\varepsilon}{\gamma+\varepsilon}\cdot 2\gamma. \qquad (15)$$

Легко заметить, что система уравнений модели изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин с математической точки зрения графически идентична системе уравнений изгибной деформации упругих тонких пластин типа Тимошенко [9].

При сложных граничных условиях (например, когда пластинка, в данном случае лист графена, ослаблена отверстиями или имеются трещины, вырезы, включения) целесообразно систему уравнений (13) модели изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин привести к системе из двух уравнений – бигармоничной задаче и уравнению Гельмгольца. Для этого продифференцируем второе уравнение из (13) по *y,* а третье – по *x* и, вычтя из полученного первого уравнения второе, получим

$$(k\Delta-1)\left(\frac{\partial\Omega_2}{\partial x}-\frac{\partial\Omega_1}{\partial y}\right)=\Delta w, \qquad (16)$$

где

$$k=\frac{D'}{D_*}. \qquad (17)$$

Используя первое уравнение из системы (13), а также уравнение (16) относительно прогиба $w(x,y)$, приходим к уравнению

$$\Delta\Delta w=\frac{p_3}{D'}-\frac{1}{D_*}\Delta p_3. \qquad (18)$$

Следуя [9], введем функции ψ и φ с помощью формул

$$\Omega_1=-\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\frac{\partial\psi}{\partial x},\ \ \Omega_2=\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad (19)$$

где функция φ выражается через w и p_3:

$$\varphi = -w - \frac{D'}{D_*}\Delta w - \frac{D'}{D_*^2}\, p_3. \tag{20}$$

Два последних уравнения из (13) будут удовлетворены, если функция ψ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta\psi - \tilde{k}^2\psi = 0, \tag{21}$$

где

$$\tilde{k}^2 = \frac{D_*}{(1+\nu_m)D'}. \tag{22}$$

Таким образом, система разрешающих уравнений модели поперечного изгиба моментно-мембранной теории упругих тонких пластин, в данном случае изгиба листа графена от своей плоскости, имеет вид

$$D'\Delta\Delta w = p_3 - k\Delta p_3, \quad \Delta\psi - \tilde{k}^2\psi = 0, \tag{23}$$

Усилия и моменты выражаются через функции $w, \psi,$ имея в виду формулы (9), (10), (19). Можно показать, что если пластинка по всему внешнему контуру шарнирно опёрта, то функция $\psi \equiv 0$.

3. **Упругие постоянные моментно-мембранной теории плоского напряжённого состояния и поперечной изгибной деформации пластин для графена.** В [5] после определения потенциальной энергии деформации графена при плоском напряжённом состоянии и при поперечной изгибной деформации эти выражения сравниваются с соответствующими выражениями моментно-мембранной континуальной теории упругих пластин и в итоге определяются упругие постоянные моментно-мембранной континуальной теории пластин (при двух указанных деформациях) через физические параметры графена в дискретной его модели.

Таким образом, в плоском напряжённом состоянии моментно-мембранной теории упругих пластин для упругих постоянных материала графена имеем [5]:

$$E_* = 2Eh = 287\frac{Н}{м};\ \mu_* = 2\mu h = 116\frac{Н}{м};\ \alpha_* = 2\alpha h = 42\frac{Н}{м};\ \nu = 0{,}24,$$
$$B_* = 2Bh = 5{,}05\cdot 10^{-10}\, Н\cdot нм. \tag{24}$$

В случае поперечной изгибной деформации упругие постоянные моментно-мембранной теории пластин для графена следующие [5]:

$$D_* = 2G_* h = 86\frac{H}{м}, D' = 2h(\gamma + \varepsilon) = \gamma^* + \varepsilon^* = 4{,}15 \cdot 10^{-10}\, H \cdot нм,$$

$$D'' = 2h(\gamma - \varepsilon) = \gamma^* - \varepsilon^* = -0{,}91 \cdot 10^{-10}\, H \cdot нм,\ \nu_m = 2\frac{D''}{D'} = -0{,}41,\ \ \nu = 0. \tag{25}$$

4. Задача статического поперечного изгиба прямоугольного листа графена. Рассмотрим пример статического поперечного изгиба листа графена, занимающего область прямоугольника: $0 \le x \le a_1,\ 0 \le y \le a_2$. Будем считать, что контур графена шарнирно опёрт. Для граничных условий имеем:

$$\begin{gathered} x = 0, a_1: \quad w = 0,\ L_{12} = 0,\ \Omega_1 = 0; \\ y = 0, a_2: \quad w = 0,\ L_{21} = 0,\ \Omega_2 = 0. \end{gathered} \tag{26}$$

Рассмотрим загружение листа графена поперечной нагрузкой вида

$$p_3(x, y) = p_0 \sin\frac{\pi x}{a_1} \sin\frac{\pi y}{a_2}. \tag{27}$$

Решение системы уравнений (13) зададим в виде:

$$w(x, y) = w_0 \sin\frac{\pi x}{a_1} \cdot \sin\frac{\pi y}{a_2},\ \Omega_1 = \Omega_{10} \sin\frac{\pi x}{a_1} \cdot \cos\frac{\pi y}{a_2},\ \Omega_2 = \Omega_{20} \cos\frac{\pi x}{a_1} \cdot \sin\frac{\pi y}{a_2}. \tag{28}$$

Здесь множители $w_0, \Omega_{10}, \Omega_{20}$ подлежат определению. Отметим, что при помощи (28) будут удовлетворяться поставленные граничные условия (26).

Для определения w_0, Ω_{10} и Ω_{20} следует (28) подставить в систему уравнений (13), в результате чего придём к решению алгебраической линейной неоднородной системы уравнений. Если $p_0 = 10^6 \frac{H}{м^2}$, $a_1 = a_2 = 20 нм,$ то для максимального прогиба листа графена получим

$$w_0 = \frac{p_0 a_1^2}{2\pi^2 \tilde{D}'}\left(1 + \frac{\tilde{D}'}{D_*}\right) = 1{,}17 нм,$$

где $$\tilde{D}' = \frac{D'}{a_1^2} \cdot 2\pi^2.$$

5. Задача устойчивости первоначально сжатого состояния листа графена. Определение критической нагрузки. Пусть имеем прямоугольную пластинку (лист графена), у которой все стороны опёрты; по двум сторонам $x = 0,\ x = a_1$ равномерно распределены нормальные сжимающие усилия p (величина усилия на единицу длины). Требуется определить критическое значение усилий $p_{кр}$, при котором плоская форма равновесия перестаёт быть единственной и устойчивой формой (пластинка теряет устойчивость).

До потери устойчивости напряжённое состояние пластинки является плоским. Для этого состояния необходимо иметь в виду статические уравнения равновесия (1) $\left(p_1^{\pm} = p_2^{\pm} = m_3^{\pm} = 0\right)$ и граничные условия:

$$x = 0, a_1, T_{11} = -p, S_{21} = 0, L_{23} = 0; \quad y = 0, a_2, T_{22} = 0, S_{12} = 0, L_{13} = 0.$$

Эта граничная задача решается в области срединной плоскости пластинки $0 \le x \le a_1,\ 0 \le y \le a_2$:

$$T_{11}(x,y) = p,\ T_{22}(x,y) \equiv 0,\ S_{12}(x,y) \equiv 0,\ S_{21}(x,y) \equiv 0, L_{13}(x,y) \equiv 0, L_{23}(x,y) \equiv 0.$$

Приведем систему уравнений изогнутой поверхности:

уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_{13}}{\partial x} + \frac{\partial N_{23}}{\partial y} = p\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},\\
&\frac{\partial L_{11}}{\partial x} + \frac{\partial L_{21}}{\partial y} + N_{23} = 0,\\
&\frac{\partial L_{12}}{\partial x} + \frac{\partial L_{22}}{\partial y} - N_{13} = 0;
\end{aligned} \qquad (29)$$

соотношения упругости выражаются уравнениями (9), а геометрические соотношения – уравнениями (10).

Систему уравнений (9), (10), (29) можно привести к виду

$$\begin{cases}
\Delta w + \dfrac{\partial \Omega_2}{\partial x} - \dfrac{\partial \Omega_1}{\partial y} = \dfrac{p}{D_*}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2},\\
\Delta\Omega_1 + \nu_m\left(\dfrac{\partial^2\Omega_1}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\Omega_2}{\partial x\partial y}\right) + \dfrac{D_*}{D'}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y} - \Omega_1\right) = 0,\\
\Delta\Omega_2 + \nu_m\left(\dfrac{\partial^2\Omega_2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2\Omega_1}{\partial x\partial y}\right) - \dfrac{D_*}{D'}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x} + \Omega_2\right) = 0.
\end{cases} \qquad (30)$$

Необходимо найти решение системы однородных уравнений (30), отличное от нуля и удовлетворяющее граничным условиям на сторонах пластинки.

В случае граничных условий шарнирного опирания (26), как в предыдущем случае, после введения функций $\varphi(x,y)$ и $\psi(x,y)$ по формулам (19), система уравнений (30) приведется к решению уравнений относительно w:

$$\Delta\Delta w + \frac{p}{D'} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{p}{D_*} \cdot \frac{\partial^2 (\Delta w)}{\partial x^2} = 0. \tag{31}$$

Решение этого уравнения представим в виде

$$w = w_0 \sin\frac{m\pi x}{a_1} \cdot \sin\frac{n\pi y}{a_2}, \tag{32}$$

где w_0 – постоянный коэффициент, а m и n – целые числа.

Подставив (32) в (31) и учитывая, что нас интересует решение, неравное нулю, получим все значения p, соответствующие значениям $m = 1,2,3,...,$ $n = 1,2,3,...,$ при которых становится возможным искривление вида (32). Из всей совокупности значений p наименьшее и будет критическим.

Если, в частности, рассматривать квадратную пластинку $a_1 = a_2$, когда $m = n = 1$, для критической нагрузки получим

$$p_{кр} = \frac{\dfrac{4\pi^2 D'}{a_1^2}}{1 + \dfrac{D'}{D_*} \cdot \dfrac{2\pi^2}{a_1^2}}.$$

При $a_1 = 20\ нм,\ p_{кр} = 0{,}04 \dfrac{Н}{м}$.

6. Заключение. Модели плоского напряженного состояния и поперечного изгиба моментно-мембранной теории пластин с вычисленными упругими постоянными представлены как двумерные континуальные модели деформаций листа графена. Такие прикладные модели открывают большие возможности для постановки и решения различных задач изгиба и устойчивости листа графена с применением аппарата математической физики

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета по науке РА в рамках научного проекта № 21Т-2С093

Ширакский государственный университет
e-mail: s_sargsyan@yahoo.com

Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян

Прикладные задачи статического поперечного изгиба и устойчивости листа графена

На основе ранее разработанной континуальной моментно-мембранной теории для описания деформаций двумерных наноматериалов (в том числе и графена) рассматриваются две прикладные задачи для прямоугольного листа графена: 1) статического поперечного изгиба, 2) устойчивости первоначально сжатого состояния. При решении первой задачи определены функции перемещения и свободных поворотов; при решении второй – критическая нагрузка.

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Հ. Սարգսյան

Գրաֆենի շերտի ստատիկ լայնական ծռման և կայունության կիրառական խնդիրները

Նախօրոք կառուցված երկչափ նանոնյութերի (այդ թվում նաև գրաֆենի) դեֆորմացիաների նկարագրության կոնտինուալ մոմենտամեմբրանային տեսության հիման վրա ուղղանկյուն գրաֆենային շերտի համար դիտարկվում են երկու կիրառական խնդիրներ՝ 1) լայնական ստատիկական ծռման խնդիրը, 2) նրա սկզբնական սեղմման վիճակի կայունության խնդիրը: Գրաֆենի շերտի լայնական ստատիկական ծռման խնդրի դեպքում որոշվում են տեղափոխության և ազատ պտույտների ֆունկցիաները; իսկ գրաֆենի շերտի սկզբնական սեղմման վիճակի կայունության խնդրի դեպքում՝ որոշվում է կրիտիկական ուժի մեծությունը:

Corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan

Applied Problems of Static Transverse Bend and Stability of a Graphene Sheet

In the paper, based on the previously developed continuous moment-membrane theory which describes the deformations of two-dimensional nanomaterials (including graphene), two applied problems are considered for a rectangular graphene sheet: 1) the problem of the static transverse bend, 2) the problem of stability of its initial compressed state. The functions of displacement and free rotations are determined for the problem of the static transverse bend of the graphene sheet. In the case of the problem of stability of the initially compressed state of a graphene sheet, the critical load is determined.

Литература

1. *Панин В.Е., Гриняев Ю. В., Егорушкин В. Е.* – Изв. РАН. МТТ. 2010. № 4. С. 8-29.
2. *Иванова Е. А., Кривцов А. М., Морозов Н. Ф и др.* – ДАН России. 2003. Т. 391. № 6. С. 764-768.

3. *Иванова Е. А., Кривцов А. М., Морозов Н. Ф.* – ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 4. С. 595-615.
4. Современные проблемы механики. Механические свойства ковалентных кристаллов. Уч. пособие. /Беринский И.Е. [и др.]; под общ. ред. Кривцова А. М., Лобода О. С. СПб. Изд-во Политехн. ун-та. 2014. 160 с.
5. *Саркисян С. О.* – Физическая мезомеханика. 2022. Т. 25. № 2. С. 109-121.
6. *Саркисян С. О.* – Физическая мезомеханика. 2020. Т. 23. № 4. С. 13-19.
7. *Саркисян С. О.* – Вестн. Моск. ун-та. Серия 1. Математика. Механика. 2022. № 1. С. 38-47.
8. *Морозов Н. Ф.* Математические вопросы теории трещин. М. Наука. 1984. 256 с.
9. *Пелех Б. Л.* Концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин. Киев. Наукова думка. 1977. 183 с.