

МЕХАНИКА

УДК 628.81/25
DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.3-188

Г. Г. Шемян¹, А. В. Геворкян²

**Критерии работоспособности и объемная прочность
конструкционных элементов машин
с концентраторами напряжений**

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 3/V 2022)

Ключевые слова: *концентратор напряжения, режимы нагружения, коэффициент концентрации, местные напряжения.*

Наличие отверстий, канавок, напрессовок, надрезов и других концентраторов напряжений порождает местные напряжения, намного отличающиеся от номинального. Оценка прочности таких деталей требует их учета, поскольку наибольшее местное напряжение может значительно превышать номинальное. Такие напряжения характеризуются высоким градиентом и могут быстро убывать по мере удаления от концентратора.

Коэффициент концентраций (отношение наибольшего местного напряжения к номинальному) в упругой области определяется выражением [1, 2]

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}; \alpha_{\tau} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{ном}}}. \quad (1)$$

Величина коэффициента α , характеризующего влияние формы концентратора на распределение напряжений, не является, однако, мерилем снижения прочности. Фактическое снижение прочности зависит не только от формы (надреза) концентратора, но и от свойств материала детали, проявляющихся по-разному, в зависимости от режима нагружения. Эффективный коэффициент напряжения оценивается отношением предельных напряжений гладкого образца и образца с концентраторами, имеющих одинаковые размеры.

При статическом нагружении

$$(K_{\sigma})_c = \frac{\sigma_{\sigma}}{\sigma_{\sigma}'} \text{ и } (K_{\tau})_c = \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\sigma}'}, \quad (2)$$

где σ_{σ} , τ_{σ} и σ_{σ}' , τ_{σ}' – соответствующие значения пределов прочности гладких образцов (σ_{σ} , τ_{σ}) и образцов с концентраторами (σ_{σ}' , τ_{σ}').

При нагружении, вызывающем переменное напряжение,

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_r}{\sigma_r'}, \quad K_{\tau} = \frac{\tau_r}{\tau_r'}, \quad (3)$$

где σ_r , τ_r , σ_r' , τ_r' – соответствующие значения пределов выносливости гладкого и с надрезами образцов одинаковых размеров. В процессе эксплуатации машин под действием нагрузок, приложенных к деталям, в случае недостаточной их прочности могут возникнуть недопустимо большие остаточные деформации и разрушения.

Целью настоящей работы является разработка методов расчета напряженного состояния деталей машин с учетом наличия концентраторов и эксплуатационных условий.

Задача обеспечения необходимой и достаточной прочности состоит в том, чтобы определить размеры и формы деталей, исключающие возможность появления недопустимо большой остаточной деформации, преждевременных поломок и поверхностных разрушений. Проявление этого эффекта разными материалами оценивается коэффициентом чувствительности, под которым следует понимать отношение фактической величины наибольшего местного напряжения материала к концентрации напряжения (q), которая теоретически подсчитывается выражением [2, 3]

$$q_{\sigma} = \frac{K_{\sigma} \sigma_{ном} - \sigma_{ном}}{\alpha_{\sigma} \sigma_{ном} - \sigma_{ном}} = \frac{K_{\sigma} - 1}{\alpha_{\sigma} - 1} \text{ для нормальных напряжений,}$$

$$q_{\tau} = \frac{K_{\tau} - 1}{\alpha_{\tau} - 1} \text{ для касательных напряжений.}$$

При известных α и q коэффициент концентрации напряжения

$$K_{\sigma} = 1 - q_{\sigma}(\alpha_{\sigma} - 1); \quad K_{\tau} = 1 + q_{\tau}(\alpha_{\tau} - 1) \quad (4)$$

Если $q_{\sigma} = 0$ и $q_{\tau} = 0$, то $K_{\sigma} = 1$ и $K_{\tau} = 1$, т.е. материал не чувствителен к концентраторам. Если же $q_{\sigma} = 1$, $q_{\tau} = 1$, то $K_{\sigma} = \alpha_{\sigma}$ и $K_{\tau} = \alpha_{\tau}$, т.е. материал отличается высокой чувствительностью к концентраторам. При нагружениях, вызывающих статические напряжения, условия

прочности $\sigma \leq [\sigma]$ или $\tau \leq [\tau]$, где $[\sigma] = \frac{\sigma_{np}}{n}$, $[\tau] = \frac{\tau_{np}}{n}$,

видоизменяются в зависимости от состояния материала (пластичности или хрупкости).

Среднее нормальное (касательное) напряжение имеет вид

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad (\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}),$$

α – амплитуда цикла, σ_a (τ_a) равны

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad \tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}, \quad r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \left(r = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} \right).$$

Здесь r – коэффициент асимметрии цикла.

Пределы выносливости, зависящие от r , обозначаются через σ_{-1} при $r = -1$ для симметричного цикла, σ_0 при $r = 0$ для пульсирующего цикла.

Влияние степени асимметрии цикла необходимо установить с помощью диаграмм предельных напряжений в координатах σ_m (τ_m) и σ_a (τ_a) или σ_{\max} (τ_{\max}) и σ_{\min} (τ_{\min}).

В расчётах часто применяется диаграмма, схематизированная по способу, предложенному С.В. Серенсоном и Р.С. Кинасошвили и уточняющая значения пределов в области циклов с $r = -1 \div 0$ при известных значениях σ_{-1} , σ_0 и σ_σ . Наиболее точные представления о фактической прочности деталей машин можно получить из результатов натуральных испытаний, воспроизводящих эксплуатационные условия нагружения [4, 5].

Конструкционные формы оказывают значительное влияние на способность деталей машин сопротивляться действию переменных напряжений. Например, в результате испытаний коленчатых валов установлено, что их предел выносливости при симметричном кручении составляет около 0.07 предела прочности материала и 0.38% предела выносливости при симметричном кручении. Это объясняется тем, что реальные формы и размеры деталей машин отличаются от форм и размеров гладких образцов (влияние формы учитывается по формуле (3)) [5].

Для хрупких материалов с неоднородной структурой, таких как чугун, в качестве предельного напряжения следует применять предел прочности, для пластических материалов под предельным напряжением – соответствующие пределы текучести. При статических нагружениях концентрация напряжений не снижает несущую способность деталей, изготовленных из пластических материалов. Это объясняется тем, что местные пластические деформации способствуют перераспределению и выравниванию напряжений в сечениях деталей. В зоне концентрации при этом происходит упрочнение. В связи с этим расчёты на прочность при статических напряжениях для деталей из пластических материалов ведутся по номинальным напряжениям.

Коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений q зависит прежде всего от свойства материала, вида и формы надреза и является константой для данного материала. Для конструкционных сталей в среднем $q = 0,6 \div 0,8$. Для высокопрочных легированных сталей можно принимать $q \approx 1$. Из-за этого применение высокопрочных сталей для деталей с очагами резкой концентрации напряжений не всегда оказывается целесообразным. Нагрузки в известных границах способствуют значительному увеличению предела выносливости. Это является тренировкой материала и широко используется в технике, например, в процессе обкатки машин.

При одноосном напряженном состоянии расчет запаса прочности выполняется с помощью диаграмм предельных напряжений. Предполагая, что в процессе нагружения среднее напряжение σ_{np} и амплитуда цикла

σ_a изменяются пропорционально, т.е. $\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = const$, вычисляется запас прочности

$$P_\sigma = \frac{\sigma_r}{\sigma_{\max}} ;, \sigma_a : \left(\frac{\sigma_b}{P_\sigma} - \sigma_m \right) = \sigma_{-1} : \sigma_b,$$

откуда

$$P_\sigma = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_v}{\sigma_b}}, \left(\sigma_a - \frac{\sigma_0}{2P_\sigma} \right) : \left(\frac{\sigma_0}{2P_\sigma} - \sigma_m \right) = \left(\sigma_{-1} - \frac{\sigma_m}{2} \right) : \frac{\sigma_0}{2}. \quad (5)$$

Обозначив $\frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \Psi_\sigma$, получим

$$P_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a + \Psi_\sigma \sigma_m}. \quad (6)$$

Поскольку коэффициент Ψ_σ характеризует чувствительность материала к асимметрии цикла при симметричном цикле $P_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}$, формулы

(5) и (6) применимы лишь при расчете гладких образцов. При расчете деталей необходимо учесть все факторы, влияющие на прочность. В соответствии с этим амплитуда цикла номинального напряжения σ_a корректируется и вводится фактическая амплитуда напряжения

$$\frac{(K_\sigma)d}{(\varepsilon_\sigma)d} \sigma_a.$$

Тогда формулы (5) и (6) примут вид

$$\Pi_{\sigma} = \frac{1}{\frac{(K_{\sigma})_d}{(\varepsilon_{\sigma})_d} \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_b}} = \frac{1}{(K_{\sigma})_b \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_b}}, \quad (7)$$

$$\Pi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{(K_{\sigma})_a}{(\varepsilon_{\sigma})_a} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{(K_{\sigma})_a \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}. \quad (8)$$

Прочность сопротивления пластическим деформациям (по текучести) при циклах, когда усталостному разрушению может предшествовать остаточная деформация значительной величины, определяется по следующей формуле:

$$\Pi_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_T}{\sigma_m + \sigma_a}, \quad (9)$$

При циклическом кручении расчеты на прочность ведутся аналогичным способом, заменой в них σ на τ .

Двухосевое смещение напряженного состояния может быть представлено как результат наложения чистого сдвига и одиночного растяжения (сжатия). Если материал находится в одноосном напряженном состоянии ($\tau_a = 0$), то при числе сдвигов ($\sigma_a = 0$)

$$\Pi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}, \quad (10)$$

$$\Pi_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}. \quad (11)$$

Используя (10) и (11), получим общий запас прочности

$$\Pi = \frac{\Pi_{\sigma} \Pi_{\tau}}{\sqrt{\Pi_{\sigma}^2 + \Pi_{\tau}^2}}. \quad (12)$$

Если переменный режим нагружения характеризуется нагрузками $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_i$ (или напряжениями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_i$), каждая из которых имеет свое число оборотов в минуту $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$ в течение $T_1, T_2, T_3, \dots, T_i$ часов, то уравнение кривой выносливости имеет степенной вид

$$\sigma_i^m N_i = const \text{ или } Q_i^m N_i = const, \quad (13)$$

где $\sigma_i(Q_i)$ – предельное напряжение (нагрузки); N_i – общее число циклов $N_i = 60n_iT_i$; $m(m')$ – показатель степени, характеризующий наклон ветви кривой усталости (в логарифмической системе координат равный котангенсу угла наклона).

Для практических расчетов, когда напряжение пропорционально нагрузкам – $m = m'$, обычно принимают $m = 6 \div 9$.

Уравнение замены нагрузок $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_i, \dots$ в течение заданного для каждой нагрузки времени (суммирования повреждений от «усталостных» процессов, происходящих при этих режимах) и базового числа циклов нагружения N_0 имеет вид

$$(Q_1^{m'} n_1 T_1 + Q_2^{m'} n_2 T_2 + \dots) 60 = (K_1 Q_1)^{m'} N_0.$$

Тогда расчетная формула для коэффициента долговечности может быть представлена в виде

$$K = \sqrt[m']{\frac{60Tn_1}{N_0}} \sqrt[m']{\sum \left(\frac{Q_i}{Q_1}\right)^{m'} \frac{n_i}{n_1} \frac{T_i}{T}} \quad (14)$$

или

$$K = \sqrt[m']{\frac{60Tn_1}{N_0}} \sqrt[m']{\sum \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1}\right)^{m'} \frac{n_i}{n_1} \frac{T_i}{T}}, \quad (15)$$

где T – общее (суммарное) время работы в часах.

В этих формулах первый множитель характеризует требуемый срок службы, второй – переменность режима.

Во многих механических передачах (зубчатых, червячных, фрикционных) вследствие высоких контактных переменных напряжений происходит разрушение в виде выкрашивания поверхностного контактного слоя. В этих конструкциях усилия передаются по ограниченной поверхности, и теоретически контакт до нагружения является точечным или линейным, вследствие чего возникающие при нагружении напряжения в зоне контакта могут быть весьма значительными. При превышении этими напряжениями допустимых значений могут образоваться трещины. Поскольку нагружение носит циклический характер, то возникающие напряжения являются переменными. Этим и объясняется характер развития трещин, что позволяет отнести их к категории усталостных разрушений. Кривые контактной выносливости напоминают обычные кривые выносливости, и связь между напряжением и числом циклов имеет вид

$$\sigma^m N = const \text{ или } Q^m N = const.$$

Для типичных контактов (для подшипников качения) $m' = 3.3$ при расчете зубчатых передач $m = 6$. Для случая контакта шара с плоскостью

$$\sigma_{\max} = 0.62 \sqrt[3]{\frac{PE}{d^2}} \text{ кг/м}^2,$$

где d – диаметр шара, P – действующая нагрузка, E – приведенный модуль упругости

$$E = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2},$$

E_1 и E_2 – модули упругости материала шара и плоскости.

Заключение. Разработаны методики расчета напряженного состояния деталей машин с учетом наличия концентраторов и эксплуатационных условий.

¹ Институт механики НАН РА

² ЗАО «Электромаш ГАМ» НП ТЦ

e-mails: hamlet@mechins.sci.am, elektramash@mail.ru

Г. Г. Шекян, А. В. Геворкян

Критерии работоспособности и объемная прочность конструкционных элементов машин с концентраторами напряжений

Оценка прочности конструктивных элементов машин обычно весьма сложна и требует учета местных напряжений, которые могут значительно превышать допустимые, что обусловлено наличием различных концентраторов напряжений. Разрабатываются методы расчета напряженного состояния деталей машин с учетом наличия концентраторов и эксплуатационных условий.

Հ. Գ. Շեկյան, Ա. Վ. Գևորգյան

Լարումների կոնցենտրատորներով մեքենաների Կառուցվածքային տարրերի ծավալային ամրության և աշխատունակության չափանիշները

Մեքենաների կառուցվածքային տարրերի ամրության գնահատումը սովորաբար շատ բարդ է և պահանջում է տեղային լարումների հաշվառում, որոնք կարող են նշանակալի չափով գերազանցել թույլատրելի չափերը: Դա պայմանավորված է տարբեր կոնցենտրատորների առկայությամբ: Աշխատանքը ուղղված է կոնցենտրատորների և շահագործման պայմանների հաշվառմամբ մեքենաների դետալների լարվածային պայմանների հաշվարկային մեթոդիկայի մշակմանը:

H. G. Shekyan, A. V. Gevorkyan

**Performance Criteria and Bulk Strength of Structural Elements
of Machines with Stress Concentrators**

Assessing the strength of structural elements of machines is usually very difficult and requires taking into account local stresses, which can significantly exceed the allowable ones. This is due to the presence of various stress concentrators. The work is aimed at developing methods for calculating the stress state of machine parts, taking into account the presence of concentrators and operating conditions.

Литература

1. *Рябчиков А. В.* Коррозийная усталостная прочность сталей. М. Машгиз. 1953. 179 с.
2. *Орлов П. И.* Основы конструирования в 3-х книгах. М. Машиностроение. 1977. 574 с.
3. Справочник машиностроения. М. Машгиз. 1955. Т. 4. 482 с.
4. *Киммельман Д. Н.* Расчет деталей машин при переменных нагрузках. М. Машгиз. 1950. 150 с.
5. *Иванов М. Н., Финогенов. В. А.* Детали машин. М. Юрайт. 2019. 408 с.