

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Академик Г. Е. Багдасарян

**Магнитоупругие взаимодействия между
магнестрикционной ферромагнитной плоскостью
с трещиной и постоянным магнитным полем**

(Представлено 11/XI 2018)

Ключевые слова: *магнестрикция, трещина, коэффициент интенсивности, концентрация.*

1. Введение. Рассматривается задача о напряженно-деформированном состоянии упругой магнестрикционной плоскости с прямолинейной трещиной. Единственным источником, вызывающим упругие деформации и индуцированное магнитное поле в среде, является внешнее магнитное поле, перпендикулярное к плоскости трещины. Исследование проведено на основе линейных уравнений и граничных условий магнитоупругости ферромагнитного тела [1], полученных с использованием основных положений нелинейной теории магнитоупругих взаимодействий в указанных средах [2-5]. Определены основные характеристики напряженно-деформированного состояния и индуцированного в среде магнитного поля. Исследованы их особенности около трещины в зависимости от величины магнестрикционных постоянных среды и интенсивности внешнего стационарного магнитного поля. Получены условия возникновения концентраций магнитоупругих напряжений и компонент индуцированного магнитного поля на концах трещины. Показано, что: а) возникновение концентрации в магнестрикционных телах с трещиной существенно зависит от знака постоянных магнестрикции; б) если материал среды не обладает магнестрикционными свойствами, то в магнитомягком ферромагнетике с трещиной возникают концентрации магнитоупругих величин только в тех случаях, когда относительная магнитная проницаемость материала достаточно велика. Получены также формулы, определяющие коэффициенты интенсивности как для магнитоупругих напряжений, так и для компонент индуцированных магнитных полей. Аналогичные задачи о концентрациях упругих напряжений и индуцированного магнитного поля возле трещины, когда материал тела не обладает магнестрикционными свой-

ствами, рассмотрены в работах [6-9]. Результаты, выявленные в настоящей статье, имеют многочисленные применения в области механики разрушения и могут стать средством обнаружения дефектов в магнитоактивных телах с помощью магнитных полей.

2. Постановка задачи. Известно, что при помещении ферромагнитного тела в магнитное поле происходит намагничивание материала, приводящее как к изменению напряженности магнитного поля во всем пространстве, так и к появлению массовых и поверхностных сил. Под действием этих сил в среде возникают деформации, возбуждающие добавочное (индуцированное) магнитное поле. Исходя из этого характеристики магнитного поля представляются в виде

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}, \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}, \quad \vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m},$$

где \vec{H}_0 , \vec{B}_0 и \vec{M}_0 , соответственно, – векторы напряженности, магнитной индукции и намагниченности магнитного поля недеформированного тела, \vec{h} , \vec{b} и \vec{m} – добавления к указанным величинам, обусловленные деформацией среды. В вакууме векторы \vec{B} и \vec{H} связаны соотношением $\vec{B}^{(e)} = \mu_0 \vec{H}_0^{(e)}$, где μ_0 – абсолютная магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м), а индекс e здесь и в дальнейшем означает принадлежность к внешней (окружающей тела) среде, электромагнитные свойства которой эквивалентны свойствам вакуума.

Характеристики магнитного поля недеформированного тела определяются из решения следующей задачи магнитостатики:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}_0 &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{B}_0 = 0, \quad \vec{B}_0 = \mu_0 \mu_r \vec{H}_0; \\ \vec{n} \cdot (\vec{H}_0 - \vec{H}_0^{(e)}) &= 0, \quad \vec{n} \times (\vec{H}_0 - \vec{H}_0^{(e)}) = 0 \quad \text{при } (x_1, x_2, x_3) \in S_0; \\ \vec{H}_0^{(e)} &\rightarrow \vec{H}^{(0)} \quad \text{при } |\vec{r}| \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad (2.1)$$

где \vec{n} – единичный вектор внешней нормали к недеформированной по поверхности S_0 тела, \vec{r} – радиус-вектор, x_i – декартовы координаты рассматриваемой точки, μ_r – относительная магнитная проницаемость среды, $\vec{H}^{(0)}$ – напряженность заданного магнитного поля на бесконечности при отсутствии ферромагнитного тела.

Напряженно-деформированное состояние среды и индуцированное в ней магнитное поле определяются из уравнений и граничных условий магнитоупругости магнитоупругих ферромагнитных тел. Исходя из основных положений теории малых возмущений принимается, что как деформации, так и ими обусловленные магнитные величины являются малыми ($\epsilon_{ij} \ll 1$, $|\vec{h}/\vec{H}_0| \ll 1$, $|\vec{b}/\vec{B}_0| \ll 1$, $|\vec{m}/\vec{M}_0| \ll 1$, где ϵ_{ij} – компоненты линейного тензора деформаций). На этой основе уравнения и граничные условия линеаризуются. В результате при $|M_{oj} u_{i,j}| \ll |m_i|$, получаются следующие линейные уравнения и граничные условия магнитоупругости, приведенные в работе [1]:

система дифференциальных уравнений деформируемого состояния

$$\begin{aligned} t_{ik,k} + \mu_0 (M_{0k} H_{0i,k} + M_{ok} h_{i,k} + m_k H_{0i,k}) &= 0, \\ \varepsilon_{ijk} h_{k,j} &= 0, \quad b_{j,j} = 0, \quad (\bar{b} = \mu_0 \mu_r \bar{h}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где t_{ij} – тензор магнитоупругих напряжений, μ_r – относительная магнитная проницаемость среды;

уравнения состояния

$$t_{ij} = t_{ij}^{(0)} + C_{ijkl} u_{k,l} + 2\mu_0 B_{ijkl} M_{0l} m_k + \mu_0 (H_{0j} m_i + H_{0i} m_j), \quad m_i = \chi h_i, \quad (2.3)$$

где

$$t_{ij}^{(0)} = \mu_0 \chi^{-1} M_{0i} M_{0j} + \frac{1}{2} \mu_0 B_{ijkl} M_{0k} M_{0l};$$

граничные условия на поверхностях раздела двух сред

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk} \{ n_j [h_k - h_k^{(e)}] - n_m [H_{0k} - H_{0k}^{(e)}] u_{m,j} \} &= 0, \\ n_j [b_i - b_i^{(e)}] &= n_m [B_{0i} - B_{0i}^{(e)}] u_{m,i}, \\ n_i [t_{ij} - t_{ij}^{(e)}] &= \mu_0 n_j \left[\frac{1}{2} (\bar{M}_0 \cdot \bar{n})^2 + (\bar{M}_0 \cdot \bar{n})(\bar{m} \cdot \bar{n}) \right]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В (2.2)-(2.4) C_{ijkl} и B_{ijkl} , соответственно, – тензоры упругих постоянных и магнитоупругих коэффициентов, u_k – компоненты вектора перемещений точек среды, ε_{ijk} – символ Ливи-Чивиты, $\chi = \mu_r - 1$ магнитная восприимчивость материала среды, по повторяющимся индексам предполагается суммирование, а запись $f_{,k}$ означает $\partial f / \partial x_k$.

Отметим, что при получении последних трех условий из (2.4) использован тензор напряжений Максвелла T_{ij}

$$T_{ij} = \mu_0 \mu_r (H_{0i} H_{0j} + H_{0i} h_j + H_{0j} h_i) - \mu_0 \delta_{ij} \left(\frac{1}{2} H_{0k} H_{0k} + H_{0k} h_k \right). \quad (2.5)$$

В дальнейшем рассматриваются только изотропные среды. Для таких сред тензор C_{ijkl} имеет следующее представление:

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.6)$$

а тензор B_{ijkl} согласно [3, 10-12] представляется в виде [13]

$$B_{ijkl} = e_2 \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2} (e_1 - e_2) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.7)$$

Здесь λ и μ – постоянные Ляме, e_1 и e_2 – коэффициенты магнитоупругости материала среды.

На основе приведенных уравнений и граничных условий ниже сформулирована постановка плоской задачи о концентрации упругих напряжений и индуцированного магнитного поля возле трещины, обусловленных внешним магнитным полем.

Прямоугольная декартова система координат (x_1, x_2, x_3) выбрана так, что поперечное сечение трещины (берега которой свободны от внешних механических нагрузок) находится в плоскости $(x_1, 0, x_2)$ и занимает

область $[-a, a]$ на координатной оси $0x_1$. Среда помещена в постоянном магнитном поле $\vec{B}^{(0)}(0, B_0, 0)$ (которое является единственным источником внешних воздействий) и находится в условиях плоской деформации в плоскости $(x_1, 0, x_2)$ (рис.1).

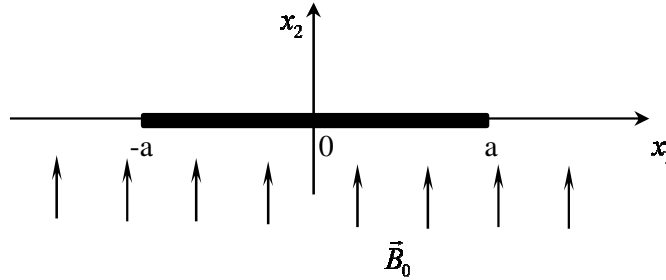


Рис. 1. Трещина конечных размеров в магнестрикционном теле.

Заметим, что для рассматриваемого случая задача (2.1) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} \vec{B}_0^{(e)} &= B_0 \vec{i}_2, & \vec{B}_0 &= \vec{B}_0^{(e)}, \\ \vec{H}_0^{(e)} &= \vec{B}_0^{(e)} \mu_0^{-1}, & \vec{H}_0 &= \vec{B}_0 (\mu_0 \mu_r)^{-1}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где \vec{i}_k – единичные векторы координатных осей. В (2.8) и в дальнейшем индекс e означает принадлежность к области трещины.

В силу (2.3) и (2.8) из (2.2) для рассматриваемой задачи получаются следующие уравнения магнитоупругости деформированного состояния:

$$\Delta u_1 + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{2\chi B_0}{\mu_r \mu} s \frac{\partial h_1}{\partial x_2} = 0, \quad (2.9)$$

$$\Delta u_2 + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{2\chi B_0}{\mu_r \mu} s \frac{\partial h_2}{\partial x_2} = 0;$$

$$\Delta \Phi = 0, \quad \Delta \Phi^{(e)} = 0,$$

$$h_k = \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}, \quad h_k^{(e)} = \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial x_k}, \quad (2.10)$$

где Δ – двумерный оператор Лапласа, ν – коэффициент Пуассона, s – коэффициент, характеризующий свойства магнестрикции материала среды

$$s = 1 + \chi \frac{e_1 + e_2}{2},$$

Φ и $\Phi^{(e)}$ – потенциалы индуцированных магнитных полей.

Аналогичным образом из (2.3) и (2.4) с учетом симметрии задачи получаются следующие граничные условия на плоскости $x_2 = 0$:

$$\begin{cases} h_1(x_1, 0) = h_1^{(e)}(x_1, 0) + \frac{\chi B_0}{\mu_0 \mu_r} u_{2,1}(x_1, 0), \\ \mu_r h_2(x_1, 0) = h_2^{(e)}(x_1, 0), \\ \Phi^{(e)}(x_1, 0) = 0, \\ t_{22}(x_1, 0) = \frac{\chi^2}{\mu_r} \left[\frac{B_0^2}{2\mu_0 \mu_r} + B_0 h_2(x_1, 0) \right] \end{cases} \quad \text{при } |x_1| < a \quad (2.11)$$

$$\Phi(x_1, 0) = 0, \quad u_2(x_1, 0) = 0 \quad \text{при } |x_1| > a \quad (2.12)$$

$$t_{12}(x_1, 0) = 0 \quad \text{при } |x_1| < \infty \quad (2.13)$$

Кроме условий (2.11)-(2.13) должны удовлетворяться также условия на бесконечности, согласно которым $\lim_{r \rightarrow \infty} h_i = 0$ ($i=1,2$).

3. Решение задачи. Коэффициенты интенсивности магнитоупругих напряжений и индуцированного магнитного поля. Решения уравнений (2.9) и (2.10), удовлетворяющие условиям на бесконечности, при $x_2 > 0$ представим в виде

$$u_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \left[c_1(\alpha) - \frac{3-4\nu-x_2\alpha}{\alpha} c_2(\alpha) \right] e^{-\alpha x_2} + s \cdot \frac{2(1-2\nu)\chi}{\mu_r \mu} B_0 c_3(\alpha) e^{-\alpha x_2} \right\} \sin \alpha x_1 d\alpha, \quad (3.1)$$

$$u_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty [c_1(\alpha) + x_2 c_2(\alpha)] e^{-\alpha x_2} \cos \alpha x_1 d\alpha, \\ \Phi = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty c_3(\alpha) e^{-\alpha x_2} \cos \alpha x_1 d\alpha, \quad (3.2)$$

$$\Phi^{(e)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty c_3^{(e)}(\alpha) \operatorname{sh} \alpha x_2 \cos \alpha x_1 d\alpha,$$

где $c_i(\alpha)$ ($i=1,2,3$) и $c_3^{(e)}(\alpha)$ – неизвестные функции, которые определяем, удовлетворяя граничным условиям (2.11)-(2.13).

Подставляя (3.1) и (3.2) в (2.3) и (2.5), определяем магнитоупругие напряжения t_{ij} и максвелловские напряжения T_{ij} . В частности, для нормальных напряжений t_{22} и T_{22} получим следующие выражения:

$$t_{22} = \frac{4\mu}{\pi} \int_0^\infty \left\{ -\alpha c_1 + (1-2\nu - \alpha x_2) c_2 - \frac{\chi B_0}{\mu_r \mu} [1-2\nu - \nu \chi (e_1 + e_2)] \alpha c_3 \right\} e^{-\alpha x_2} \cos \alpha x_1 d\alpha + \frac{\chi B_0^2}{2\mu_0 \mu_r^2} (2 + \chi e_1), \quad (3.3)$$

$$T_{22} = \frac{2\chi + 1}{\mu_r} B_0 \left[\frac{B_0}{2\mu_0 \mu_r} - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \alpha c_3(\alpha) e^{-\alpha x_2} \cos \alpha x_1 d\alpha \right].$$

Перейдем к определению неизвестных функций $c_i(\alpha)$ ($i=1,2,3$) и $c_3^{(e)}(\alpha)$ путем удовлетворения граничным условиям (2.11)-(2.13). Гранич-

ное условие (2.13) приводит к следующему соотношению между неизвестными функциями:

$$\alpha c_1(\alpha) = 2(1-\nu)c_2(\alpha) - \frac{B_0\chi}{2\mu\mu_r} \{3 - 4\nu + 2\chi[(1-\nu)e_1 - \nu e_2]\} \alpha c_3(\alpha). \quad (3.4)$$

Используя (3.4), нетрудно показать, что представления (3.1) удовлетворяют граничным условиям (2.11) и (2.12) (кроме второго условия из (2.11)), если неизвестные функции $c_1(\alpha)$ и $c_3(\alpha)$ являются решением следующей системы дуальных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty c_1(\alpha) \cos \alpha x_1 d\alpha &= 0, & |x_1| > a \\ \int_0^\infty \alpha c_1(\alpha) \cos \alpha x_1 d\alpha &= \frac{\pi(1-\nu)(2-\chi+\chi e_1)}{4\mu_0\mu_r^2} \chi B_0^2 + \\ &+ \frac{\chi B_0 f_1(e_1, e_2)}{2\mu_r} \int_0^\infty \alpha c_3(\alpha) \cos \alpha x_1 d\alpha; & |x_1| < a \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty c_3(\alpha) \cos \alpha x_1 d\alpha &= 0, & |x_1| > a \\ \int_0^\infty \alpha \left[c_3(\alpha) - \frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r} c_1(\alpha) \right] \sin \alpha x_1 d\alpha &= 0, & |x_1| < a \end{aligned} \quad (3.6)$$

где

$$f_1(e_1, e_2) = 2\nu - 1 + 2(1-\nu)\chi + 2\chi[e_1 - \nu(e_1 - e_2)].$$

Решение системы дуальных интегральных уравнений (3.5)-(3.6), следуя [6,14], представим в виде

$$\begin{aligned} c_1(\alpha) &= \int_0^a \varphi(\zeta) J_0(\alpha\zeta) d\zeta, \\ c_3(\alpha) &= \int_0^a \psi(\zeta) J_0(\alpha\zeta) d\zeta, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где $J_0(\alpha\zeta)$ – функция Бесселя действительного аргумента, $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$ – новые неизвестные функции.

В силу (3.7) первые уравнения в (3.5) и (3.6) тождественно удовлетворяются при любых интегрируемых функциях $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$, а вторые уравнения из (3.5) и (3.6) дают следующую систему интегральных уравнений относительно $\varphi(\xi)$ и $\psi(\xi)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx_1} \int_{x_1}^a \left[\psi(\xi) - \frac{\chi B_0}{\mu_0\mu_r} \varphi(\xi) \right] \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 - x_1^2}} &= 0, & |x_1| < a \\ \frac{d}{dx_1} \int_0^{x_1} \left[\frac{\chi B_0 f_1}{2\mu_r} \psi(\xi) - \varphi(\xi) \right] \frac{d\xi}{\sqrt{x_1^2 - \xi^2}} &= \frac{\chi B_0^2}{4\mu_0\mu_r^2} f_2, & |x_1| < a \end{aligned} \quad (3.8)$$

где

$$f_2 = \pi(1-\nu)(\chi - 2 - \chi e_1).$$

Из (3.8) следует, что неизвестные φ и Ψ являются решениями следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \Psi(\xi) - \frac{\chi B_0}{\mu_0 \mu_r} \varphi(\xi) &= 0, \\ \frac{\chi B_0 f_1(e_1, e_2)}{2\mu_r} \Psi(\xi) - \varphi(\xi) &= \frac{\chi B_0^2}{4\mu_0 \mu_r^2} f_2 \cdot \xi, \end{aligned} \quad (3.9)$$

Подставляя $\varphi(\xi)$ и $\Psi(\xi)$, которые являются решениями системы (3.9), в представление (3.7), для неизвестных $c_1(\alpha)$ и $c_3(\alpha)$ получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} c_1(\alpha) &= aA_1 \alpha^{-1} J_1(a\alpha), \\ c_3(\alpha) &= aA_3 \alpha^{-1} J_1(a\alpha), \end{aligned} \quad (3.10)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{\chi B_0^2}{2\mu_0 \mu} \frac{f_2(e_1)}{\Delta}, \\ A_3 &= -\frac{B_0}{2\mu_0 \mu_r} \frac{\chi^2 B_0^2}{\mu_0 \mu} \frac{f_2(e_1)}{\Delta}, \\ \Delta &= 2\mu_r^2 - \frac{\chi^2 B_0^2}{\mu_0 \mu} f_1(e_1, e_2), \end{aligned} \quad (3.11)$$

$J_1(a\alpha)$ – функция Бесселя действительного аргумента, а формулы (3.10) получены в предположении, что определитель Δ системы (3.9) отличен от нуля.

На основе (3.4) и (3.10) из (3.1) и (3.2) найдем перемещения u_i ($i=1,2$) и потенциал индуцированного магнитного поля Φ . Подставляя найденные выражения для u_i и Φ в (2.3) и (2.5), определяем магнитоупругие напряжения t_{ij} и индуцированное магнитное поле \vec{h} в среде. В частности, используя (3.1), (3.3) и (3.10), для h_i , t_{22} , T_{22} и u_2 при $x_2 = 0$ получим следующие выражения:

$$h_1(x_1, 0) = \begin{cases} 0, & \text{при } |x_1| > a \\ -\frac{2A_3}{\pi} \frac{x_1}{\sqrt{a^2 - x_1^2}}, & \text{при } |x_1| < a \end{cases} \quad (3.12)$$

$$h_2(x_1, 0) = \begin{cases} \frac{2A_3}{\pi} \frac{a^2}{\sqrt{x_1^2 - a^2} [x_1 + \sqrt{x_1^2 - a^2}]}, & \text{при } |x_1| > a \\ 0, & \text{при } |x_1| < a \end{cases}$$

$$t_{22} = \frac{\chi B_0^2}{2\mu_0 \mu_r^2} (2 + \chi e_1) + \frac{2\mu A_1}{\pi(1-\nu)} \left\{ 1 - \frac{\chi^2 B_0^2}{2\mu_0 \mu_r^2} [f_1 - 2(1-\nu)\chi] \right\} \frac{a^2}{\sqrt{x_1^2 - a^2} [x_1 + \sqrt{x_1^2 - a^2}]} \quad \text{при } |x_1| > a \quad (3.13)$$

$$T_{22} = \frac{(2\chi+1)B_0^2}{2\mu_0\mu_r^2} + \frac{2(2\chi+1)B_0}{\pi\mu_r} \frac{a^2 A_3}{\sqrt{x_1^2 - a^2} [x_1 + \sqrt{x_1^2 - a^2}]} \quad \text{при } |x_1| > a$$

$$u_2(x_1, 0) = \frac{2A_1}{\pi} \sqrt{a^2 - x_1^2}, \quad \text{при } |x_1| < a \quad (3.14)$$

Формулы (3.12) и (3.13) показывают, что наличие трещин в магнито-стрикционных ферромагнитных деформируемых телах (находящихся только под действием внешнего стационарного магнитного поля) приводит к появлению концентрации как магнитоупругих напряжений, так и напряжений индуцированного в теле магнитного поля. Указанные результаты обнаружены также в случае магнитомягких ферромагнитных тел в работах [6,9].

Используя (3.12) и (3.13), легко найти следующие выражения для коэффициентов интенсивности магнитоупругих напряжений и компонент напряжения индуцированного в теле магнитного поля:

для суммарных магнитоупругих напряжений $t_{22}^C = t_{22} + T_{22}$

$$K_1 = \lim_{x_1 \rightarrow a+0} \sqrt{2(x_1 - a)} t_{22}^C \Big|_{x_2=0} = [\chi(e_1 - 1) + 2] \frac{b_c^2 R_1 \mu}{2\Delta} \sqrt{a}, \quad (3.15)$$

где

$$R_1 = 2\chi + \left(\frac{\chi b_c}{\mu_r} \right)^2 \left\{ 2(1 - \nu + (5 + 6\nu)\chi - 2\chi^2 [e_1 - \nu(e_1 - e_2)]) \right\},$$

$$\Delta = 2\mu_r^2 - (\chi b_c)^2 f_1(e_1, e_2), \quad b_c^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0 \mu}$$

для компонент индуцированного магнитного поля

$$K_2 = \lim_{x_1 \rightarrow a^+} \sqrt{2(x_1 - a)} h_2 \Big|_{x_2=0} = [\chi(e_1 - 1) + 2] \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \frac{(\chi b_c)^2}{\Delta} (1 - \nu) \sqrt{a}. \quad (3.16)$$

Имея в виду, что на берегах трещины действуют равные по величине и противоположно направленные нормальные силы, принимается, что на концах трещины появляются концентрации магнитоупругих напряжений и компонент индуцированного магнитного поля, если $u_2(x_1, 0) > 0$ при $|x_1| < a$. В силу этого из (3.11) и (3.14) следует, что нормальное перемещение берега трещины $x_2 = 0^+$ будет положительным, если имеет место

$$f_2(e_1) \cdot (\Delta)^{-1} < 0. \quad (3.17)$$

Следовательно, неравенство (3.17) является условием возникновения концентраций указанных выше величин на концах трещины.

В случае магнитомягких ферромагнитных материалов, не обладающих магнитострикционными свойствами ($e_1 = e_2 = 0$), условие (3.17) имеет вид

$$\frac{\pi(1 - \nu)(\chi - 2)}{2\mu_r^2 - (\chi b_c)^2 [2\nu - 1 + 2(1 - \nu)\chi]} < 0. \quad (3.18)$$

Учитывая, что $B_0 \leq B_s$ (где B_s – индукция насыщения и $B_s \leq 2.15$ Тесла), легко проверить, что неравенство (3.18) в случае магнитомягких материалов будет удовлетворяться, если $\mu_r > 10^4$. Т.е. только для таких магнитомягких материалов, имеющих указанную довольно большую относительную магнитную проницаемость, на концах трещины появятся концентрации магнитоупругих напряжений и компонент напряженности магнитного поля.

Вернемся к условию (3.17), когда материалы сред обладают магнито-стрикционным свойством. Имея в виду, что для основных магнито-стрикционных материалов согласно [12, 15, 16] $e_2 \approx -0.5e_1$ и $|e_1| > 20$, из выражений для $f_1(e_1, e_2)$ и $f_2(e_1)$ замечаем, что знак величины $f_1(e_1, e_2)$ совпадает со знаком постоянной e_1 , а для величины $f_2(e_1)$ справедливо обратное утверждение. Аналогичным образом показывается, что определитель Δ , в отличие от случая магнитомягких ферромагнетиков, здесь при $B_0 < B_s$ положителен независимо от знаков магнито-стрикционных постоянных e_i . Учитывая сказанное, заключаем, что в случаях основных магнито-стрикционных материалов:

а) если $e_1 < 0$, то условие (3.17) нарушается и, следовательно, для таких материалов в концах трещины концентрация напряжений (как магнитоупругих, так и индуцированного магнитного поля) отсутствует;

б) если $e_1 > 0$, то (3.17) имеет место и, следовательно, на конце трещины в магнито-стрикционном материале с указанным свойством имеется концентрация напряжений.

Институт механики НАН РА
e-mail: gevorg.baghdasaryan@rau.am

Академик Г. Е. Багдасарян

Магнитоупругие взаимодействия между магнито-стрикционной ферромагнитной плоскостью с трещиной и постоянным магнитным полем

Рассматривается задача о напряженно-деформированном состоянии упругой магнито-стрикционной плоскости с прямолинейной трещиной. Единственным источником, вызывающим упругие деформации и индуцированное магнитное поле в среде, является внешнее магнитное поле, перпендикулярное к плоскости трещины. Определены основные характеристики напряженно-деформированного состояния и индуцированного в среде магнитного поля. Исследованы их особенности около трещины в зависимости от величины магнито-стрикционных постоянных среды и интенсивности внешнего стационарного магнитного поля. Получены условия возникновения концентраций магнитоупругих напряжений и компонент индуцированного магнитного поля на концах трещины. Получены также формулы, определяющие коэффициенты интенсивности как для магнитоупругих напряжений, так и для компонент индуцированных магнитных полей.

Ակադեմիկոս Գ. Ե. Բաղդասարյան

Մագնիսաառաձգական փոխազդեցություններ ճաք պարունակող մագնիսաստրիկցիոն ֆերոմագնիսական հարթության և հաստատուն մագնիսական դաշտի միջև

Դիտարկված է ուղղաձիգ ճաք պարունակող առաձգական մագնիսաստրիկցիոն հարթության լարվածադեֆորմացիոն վիճակի խնդիրը: Առաձգական դեֆորմացիաներ և միջավայրում ինդուկցված մագնիսական դաշտ ստեղծելու միակ աղբյուրն արտաքին մագնիսական դաշտն է, որն ուղղահայաց է ճաքի հարթությանը: Որոշված են լարվածադեֆորմացիոն վիճակի և միջավայրում ինդուկցված մագնիսական դաշտի հիմնական բնութագրիչները: Հետազոտված են նրանց առանձնահատկությունները ճաքի շրջակայքում՝ կախված միջավայրի մագնիսաստրիկցիոն հաստատունների մեծությունից և արտաքին ստացիոնար մագնիսական դաշտի ինտենսիվությունից: Ստացված են պայմաններ ճաքի ծայրերում մագնիսաառաձգական լարումների կոնցենտրացիաների առաջացման և ինդուկցված մագնիսական դաշտի կոմպոնենտների համար: Ստացված են նաև բանաձևեր ինչպես մագնիսաառաձգական լարումների, այնպես էլ ինդուկցված մագնիսական դաշտի կոմպոնենտների ինտենսիվության գործակիցների որոշման համար:

Academician G. Y. Baghdasaryan

Magnetoelastic Interactions Between a Magnetostrictive Ferromagnetic Plane with a Crack and a Constant Magnetic Field

The problem of the stress-strained state of an elastic magnetostrictive plane with a rectilinear crack is considered. The unique source of causing of elastic deformations and an induced magnetic field in the medium is an external magnetic field perpendicular to the crack plane. The main characteristics of the stress-strained state and induced in the medium magnetic field are determined. The features of these characteristics near the crack are investigated depending on the value of magnetostrictive constants of the medium and on the intensity of external stationary magnetic field. Conditions for the occurrence of concentrations of magnetoelastic stresses and components of induced magnetic field at the ends of the crack are obtained. Formulas are obtained, also, to determine the intensity factors for both magnetoelastic stresses and for the components of induced magnetic fields.

Литература

1. Pao Y.-H., Yen C.-S. – Int. J. Eng. Sci. 1973. V. 11. № 4. P. 415-436.
2. Maugin G. A. Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids (North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics Book 33). 2013
3. Багдасарян Г. Е. Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван. Изд-во ЕГУ. 1999. 440 с.
4. Brown W. F. – Journ. of Appl. Phis. 1965. V. 36(3).
5. Varma P. D., Singh M. – J. Non-Linear Mechanics. 1984. V. 19(4). P.273-286.
6. Shindo Y. – ASME J. of applied mechanics. 1977. V. 44. P.47-50.
7. Багдасарян Г. Е., Асанян Д. Д., Асланян А. А. – Изв. АН АрмССР. Механика. 1988. Т. 10. № 2. С.15-25.

8. Багдасарян Г. Е., Асанян Д. Д. – Изв. РАН. МТТ. 1997. № 4. С. 61-68.
9. Baghdasaryan G. Y., Hasanyan D. J. – International Journ. of Solids and Structures. 2000. V. 37. P. 5371-5383.
10. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М. Наука. 1979. 639 с.
11. Сыркин Л. Н. Пьезомагнитная керамика. Л. Энергия. 1980. 205 с.
12. Власов К. Б. – Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1957. Т. 21. № 8. С. 1140-1148.
13. Багдасарян Г. Е., Даноян Э. А. – Изв. АН РФ. МТТ. 1992. № 3, С. 87-94.
14. Sneddon I. N. Mixed boundary value problems in potential theory. Willey. New York. 1966.
15. Багдасарян Г. Е., Даноян З. Н., Даноян Э. О. – Доклады НАН Армении. 2010. Т.110. № 4.
16. Берлинкур Д., Керан Д., Жоффе Г. В кн.: Физическая акустика. Т.1. Методы и приборы ультразвуковых исследований (ред. У.Мезон). М. Мир. 1966. С. 204-326.