

трического тока. Известно, что из телеграфных уравнений и систем уравнений Максвелла закон Ома не следует. Далее по аналогии из первого уравнения для чисто сдвиговых колебаний показано, что механизм внутреннего трения аналогичен закону Ома.

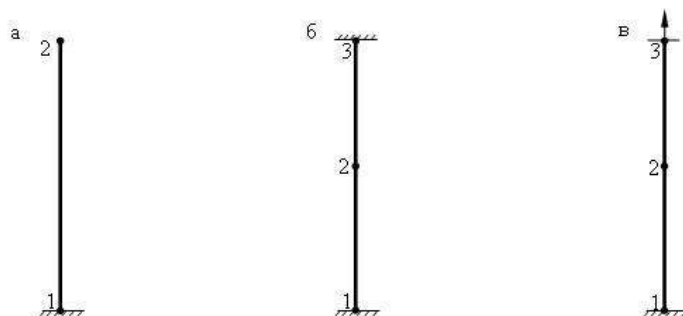


Рис. 1. а – задача 1; б – задача 2; в – задача 3.

Предварительные результаты. Из исследований по сейсмологии известно [5], что область распространения сейсмических Р и S волн при землетрясении невелики по сравнению с поверхностными волнами Лява и Рэлея. Отсюда можно сделать заключение, что поглощающие свойства геологической среды относительно Р и S волн значительно превосходят таковые по сравнению с поверхностными волнами. Так как S волна является чисто сдвиговой, то можно сделать предположение, что внутреннее сопротивление среды в основном определяется сдвиговыми колебаниями (растяжением-сжатием для Р волны).

Приведем разработанные в работах автора [6-17] принципиально новые постановки и расчетные схемы для колебания консольного стержня (зданий и сооружений) при кинематическом возбуждении для трех задач (рис. 1): 1) консольный стержень, 2) оба конца стержня жестко защемлены, 3) один конец жестко защемлен, а другой удовлетворяет условию $\frac{\partial U(l,t)}{\partial x} = 0$.

Запишем следующие полученные в работах [14, 16, 17] системы линейных дифференциальных уравнений, соответствующие волновым уравнениям:

1) для изгибно-сдвиговой составляющей колебания

$$\begin{cases} \rho S \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial x}, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial t} = kGS \frac{\partial \varphi}{\partial x}, & (2) \end{cases}$$

где ρ, S – соответственно плотность и площадь поперечного сечения стержня, φ – угол поворота сечения S , $q(x,t)$ – внутренний распределен-

ный импульс (количество движения), k – числовой коэффициент, G – модуль сдвига Юнга;

2) для чисто сдвиговых колебаний

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho S \frac{\partial U}{\partial t} = -\bar{q}(x,t), \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -GS \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \end{array} \right. \quad (4)$$

где $U(x,t)$ – смещения площадки S в точке x , $\bar{q}(x,t)$ – внутренний распределенный импульс (количество движения);

3) для телеграфных уравнений [18]

$$\left\{ \begin{array}{l} L \frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial x}, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial x}, \end{array} \right. \quad (6)$$

где L , C – соответственно индуктивность и емкость единицы длины двухпроводной линии, I , V – соответственно ток и напряжение в длинной линии.

Замечание 1. Из предложенных расчетных схем (рис. 1-4) видно, что при кинематическом возбуждении чисто сдвиговые колебания проявляются в виде стоячих волн [16, 17].

Замечание 2. Для задач 2 и 3 ввиду симметрии деформаций на участках $\left[0, \frac{l}{2}\right]$ и $\left[\frac{l}{2}, l\right]$ системы уравнений записаны только для точек $x \in \left[0, \frac{l}{2}\right]$.

Очевидно, что системы уравнений (1)-(2) и (5)-(6) аналогичны с точностью до знаков [14, 16, 17].

О взаимном влиянии постановок задач распространения упругих волн в стержне и тока в длинной линии. В работах [14, 16, 17] на основании аналогии уравнений сдвиговой составляющей изгибных колебаний с телеграфными уравнениями показано, что при кинематическом возбуждении консольного стержня $U_0(t)$ при любых дополнительных условиях на его свободном конце стержень кроме изгибных колебаний совершает дополнительное перемещение, равное $\frac{1}{2}U_0(t)$, которое приводит к чисто сдвиговым колебаниям. При этом $U_0(t)$ как бы «подразделяются» на две составляющие: $U_{10}(t) = U_{20}(t)$, $U_0(t) = U_{10}(t) + U_{20}(t)$, которые создают соответственно изгибные и чисто сдвиговые колебания. На основании приведенного «разложения» предложены принципиально новые схемы для расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия (рис. 2-4).

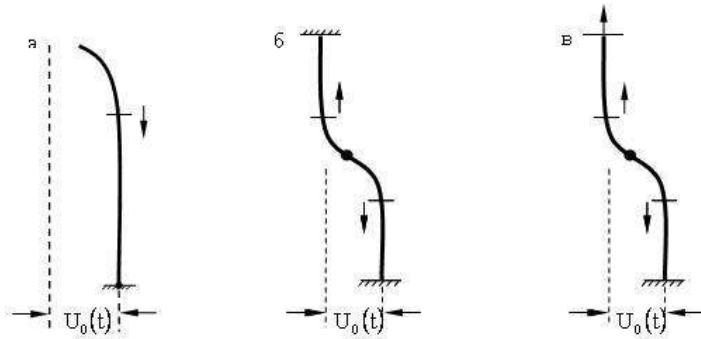


Рис 2. Расчетные схемы сдвиго-изгибных и чисто изгибных колебаний: а–для задачи 1; б – для задачи 2; в – для задачи 3.



Рис 3. Расчетная схема чисто сдвиговых колебаний для задач 2 и 3.

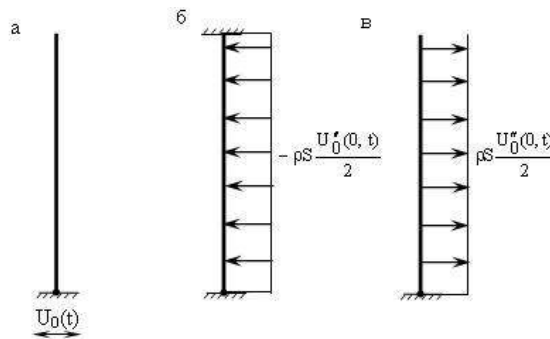


Рис 4. Расчетная схема чисто сдвиговых (б) и изгибных (в) колебаний для задачи 1 (а).

Естественно, при расширении полученного «разложения» по аналогии для двухпроводной линии (с заземлением) при внешнем возбуждении в виде напряжения $V_0(t)$ также должно подразделиться на две составляющие $V_{10}(t)=V_{20}(t)$ и $V_0(t)=V_{10}(t)+V_{20}(t)$. Составляющая $V_{10}(t)$ создает ток I_1 в длинной линии, которая описывается телеграфными уравнениями. Далее необходимо составить систему уравнений для составляющей $V_{20}(t)$.

Формальная запись аналога уравнения чисто сдвигового колебания $U_{20}(t)$ для двухпроводной линии (с заземлением) требует составления таб-

лицы подобия между упругими и электрическими величинами для всех видов колебаний, приведенных в работах [6-14].

Упругие величины	Электрические величины
ρ – плотность стержня	L – индуктивность единицы длины
E, G – модули упругости	C – емкость единицы длины
$U_0(f(x,t))$ – кинем. смещение, (приложенная распределенная сила)	$V_0(V)$ – напряжение (потенциал)
$M_0(\varphi_0)$ – момент силы, (угол поворота основания)	I_0 – источник тока
$\varphi_1(u_1)$ – чистый изгиб	I_1 – вихревой ток
$\varphi_2(u_2)$ – изгибо-сдвиг	I_2 – ток проводимости
φ_4 – кручение	–
u_3 – чистый сдвиг	I_3 – поверхностно-вихревой ток
динамический слой двойной силы с моментом	динамический двойной электрический слой
$f'_x(x,t)$ – пока непонятное физическое явление	$\frac{\partial V(V_0)}{\partial x}$ – напряженность электрического поля

Приведенные в таблице аналогии несколько отличаются от принятой в известных работах по теории подобия [18-20].

На основании таблицы и трех вышеприведенных систем уравнений сразу можно записать аналог чисто сдвиговых колебаний для тока в двухпроводной линии с заземлением. Эта система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} kL \frac{\partial \psi}{\partial t} = V, & (7) \\ C \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = I, & (8) \end{cases}$$

где $[\psi] = a \cdot m$, k – числовой коэффициент. Из дальнейшего изложения будет понятен вид системы уравнений (7)-(8).

Из уравнения (8) видно, что оно описывает явление, аналогичное току смещения с противоположным знаком, т.е. это аналог уравнения (6).

Отметим, что если равенство (7) продифференцируем по переменной x , то также получим аналог уравнения (5).

Умножив левую часть равенства (7) на $\frac{c}{c}$, получим

$$kLc \frac{\partial \psi}{\partial t} = V, \quad (9)$$

где c – скорость света.

Так как Lc – волновое сопротивление длинной линии, то выражение $kLc = R$ имеет размерность сопротивления, а $\frac{\Psi}{c}$ – размерность а·с, т.е. размерность заряда. Поэтому при соответствующем выборе значения коэффициента k равенство (9) совпадает с законом Ома.

$$R \cdot I = V. \quad (10)$$

Формально записанная система уравнений (7)-(8) имеет физический смысл, которому в дальнейшем необходимо дать правильное истолкование.

Замечание 3. Так как задачи 2 и 1 являются аналогами соответственно для задач распространения тока в двухпроводной и однопроводной линиях, то системы уравнений (5)-(6) и (7)-(8) верны и для однопроводной линии.

Постановка задачи. Подготовительная работа для решения задачи определения коэффициента внутреннего трения при кинематическом возбуждении консольного стержня проведена. Осталось сделать последние рассуждения, также основанные на аналогиях систем уравнений (3)-(4) и (7)-(8), но только в обратном направлении.

Умножим уравнение (3) слева и справа на скорость v распространения упругой волны чистого сдвига

$$\rho v S \frac{\partial U}{\partial t} = -v \cdot \bar{q}(x, t) \quad (11)$$

Если выражение $\rho v S$ обозначим через \bar{R} (коэффициент внутреннего трения), а $v \cdot \bar{q}(x, t)$ – через $F(x, t)$, то получим

$$\bar{R} \frac{\partial U}{\partial t} = -F. \quad (12)$$

В равенстве (12) $F(x, t)$ – внутренняя сила в точке x (по-видимому, эквивалентная перерезывающей силе). Поэтому она определяет закон внутреннего трения при колебании консольного стержня, аналогичный закону Ома для длинной линии. Знак минус в равенстве (12) напоминает закон Ленца.

Полученный на основании равенства (12) «закон» внутреннего трения укладывается в концепцию первой группы. Однако сам процесс внутреннего трения при изгибных колебаниях зависит фактически не от перемещения, возникающего от внешнего воздействия $U_{10}(t)$, а от перемещения чистого сдвига $U_2(x, t)$, возникающего от внешнего воздействия $U_{20}(t)$. Особо отметим, что $U_1(x, t) \neq U_2(x, t)$.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
им. А. Назарова РАН РА
e-mail: iges@mail.ru

Член-корреспондент НАН РА С. М. Оганесян

К определению внутреннего трения при кинематическом возбуждении консольного стержня

Показано, что задача о случае, когда оба конца стержня жестко зашлемлены, и задача о консольном стержне при кинематическом возбуждении аналогичны соответственно задачам распространения тока в двухпроводной и однопроводной линиях. Составлена новая таблица аналогий между упругими (механическими) и электрическими величинами. На основании аналогии между распространениями упругих волн в консольном стержне и токами в длинной линии впервые записана система дифференциальных уравнений для «тока», подобная системе уравнений для чисто сдвиговых колебаний. Показано, как из первого записанного уравнения системы можно получить закон Ома для электрического тока. Далее по аналогии из первого уравнения для чисто сдвиговых колебаний показано, что механизм внутреннего трения аналогичен закону Ома.

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Մ. Հովհաննիսյան

Կոնսոլային ձողի կինեմատիկ գրգռմամբ ներքին շփման որոշումը

Ցույց է տրված, որ երկու ծայրով կոշտ ամրակցված ձողի և կոնսոլային ձողի խնդիրները կինեմատիկ գրգռման դեպքում համապատասխանաբար համանման են երկհաղորդիչ և միահաղորդիչ լարերով (զծերով) հոսանքի տարածման խնդիրներին: Կազմվել է առաձգական(մեխանիկական) և էլեկտրական մեծությունների միջև նոր համանմանության աղյուսակ: Կոնսոլային ձողով առաձգական ալիքի և երկար լարով հոսանքի տարածման միջև ստացված համանմանություններից առաջին անգամ գրվել է մաքուր սահքի հավասարումների համակարգին համանման «հոսանքի» դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը: Ցույց է տրված, թե ինչպես գրված առաջին հավասարումների համակարգից կարելի է ստանալ էլեկտրական հոսանքի համար Օհմի օրենքը: Հետագայում մաքուր սահքի տատանումների համար առաջին հավասարումների համակարգից ցույց է տրված, որ ներքին շփման մեխանիզմը համանման է Օհմի օրենքին:

Corresponding member of NAS RA S. M. Hovhannisyan

To the Definition of Internal Friction at Kinematic Excitation of Cantilever Beam

In the paper it is shown that problem 2 (both ends of the beam are rigidly clamped) and 1 (cantilever beam) with kinematic excitation of the cantilever beam are similar to the problems of current distribution in two-wire and single-wire lines, respectively. A new table of analogies between elastic (mechanical) and electrical quantities is compiled. Based on the analogy between the propagation of elastic waves in a cantilever beam and currents in a long line, a system of differential equations is recorded for the first time for “electric current”, similar to system of equations for purely shear oscillations. It is shown how from the recorded first equation of the system

it is possible to obtain Ohm's law for an electric current. Further on the analogy from the first equation, for purely shear oscillations it is shown that the internal friction mechanism is similar to Ohm's law.

Литература

1. Назаров А. Г. Метод анализа сейсмических сил. Ереван. Изд. АН АрмССР. 1959. 287 с.
2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М. ГИФМЛ. 1960. 196 с.
3. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. М. Мир. 1988. 448 с.
4. Хачиян Э. Е. Сейсмические воздействия и прогноз поведения сооружений. Ереван. Гитутюн. 2015. 556 с.
5. Саваренский Е. Ф. Сейсмические волны. М. Недра. 1972. 294 с.
6. Оганесян С. М. – ДНАН Армении. 2013. Т. 113. № 3. С. 259-267.
7. Оганесян С. М. – Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружения. 2013. № 5. С. 26-29.
8. Оганесян С. М. В кн.: Современные задачи геофизики, инженерной сейсмологии и сейсмостойкого строительства. Сб. науч. тр. I междунар. науч. конф. молодых уч., посв. 70-летию НАН РА. Ереван. Гитутюн. 2013. С. 103-115.
9. Оганесян С. М., Мурадян А. Р., Оганесян А. С. В кн.: Современные задачи геофизики, инженерной сейсмологии и сейсмостойкого строительства. Сб. науч. трудов I междунар. науч. конф. молодых ученых, посвященной 70-летию НАН РА. Ереван. Гитутюн. 2013. С. 256-258.
10. Оганесян С. М. В кн.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VIII междунар. конф., 22-26 сентября 2014 г. Горис – Степанакерт – Ереван. 2014. С. 325-329.
11. Оганесян С. М., Геодакян Э. Г., Карапетян Дж. К. В кн.: Сб. науч. трудов конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Ереван. 2015. С. 312-314.
12. Оганесян С. М., Геодакян Э. Г., Карапетян Дж. К., Саакян Б. В., Андикян М. А. В кн.: Современные задачи геофизики, инженерной сейсмологии и сейсмостойкого строительства. Сб. науч. трудов II междунар. науч. конф. молодых ученых. Цахкадзор, 2015. Ереван. Гитутюн. 2016. С. 260-264
13. Оганесян С. М., Геодакян Э. Г., Карапетян Дж. К. В кн.: Сб. трудов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 20-24 августа 2015 г. Изд. Казанского (Приволжского) федерального ун-та. 2015. С. 2833-2835.
14. Оганесян С. М. В кн.: Сб. науч. трудов конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Ереван. 2015. С. 309-311.
15. Оганесян С. М. В кн.: Совр. задачи геофизики, инженерной сейсмологии и сейсмостойкого строительства. Сб. науч. трудов II междунар. науч. конф. молодых ученых, Цахкадзор, 2015. Ереван. Гитутюн. 2016. С. 386-390.
16. Оганесян С. М. В кн.: Совр. задачи геофизики, инженерной сейсмологии и сейсмостойкого строительства. Сб. науч. трудов II междунар. науч. конф. молодых ученых. Цахкадзор, 2015. Ереван. Гитутюн. 2016. С. 90-100.
17. Оганесян С. М. В кн.: Тезисы докл. научно-практической конф. по сейсмостойкому строительству (с международным участием). Москва, 1-2 декабря 2016. Москва www. SPCEE2016.ru. С. 114-117.

18. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М. Наука. 1972. 736 с.
19. *Назаров А. Г.* О механическом подобии твердых деформируемых тел (к теории моделирования). Ереван. Изд. АН АрмССР. 1965. 220 с.
20. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М. Мир. 1971. 560 с.