ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 117 2017 № 1

МЕХАНИКА

УДК 531.5, 523.11

Академик Л. А. Агаловян

О более мощном, чем ньютоново, центральном взаимодействии тел и частиц

(Представлено 10/II 2017)

Ключевые слова: *тяготение, центральное взаимодействие, силовое поле, «темные тела».*

Введение. Триумфом науки в средние века, в частности механики, явилось построение теории движения солнечной планетной системы. Противостояние между сторонниками птолемеевской геоцентрической системы и гелиоцентрической системы Аристарха – Коперника, длившееся веками, завершилось победой последних. В III в. до н.э. представитель пифагорейской школы Греции Аристарх Самосский выдвинул гелиоцентрическую систему движения планет, однако она была отвергнута древними астрономами как лишенная, на их взгляд, основания. В дальнейшем из всех систем мира, созданных в древности для объяснения движения планет, наибольшей известностью пользовалась геоцентрическая система Птолемея, жившего в Александрии во II в. н.э. Из наблюдений звёздного неба древние заключили, что оно обращается вокруг нашей Земли, которая неподвижна и находится в центре Вселенной. Этому способствовало и то, что в древности планеты и звёзды воспринимались как олицетворение богов и понять их движение означало для людей постижение намерений богов, обитавших на небесах. В системе Птолемея всё объясняется с помощью окружностей (их 79) и круговых движений. Однако эта система, которая просуществовала более тысячи лет, оказалась весьма сложной и часто входила в противоречие с данными астрономических наблюдений, ставших интенсивными после изобретения Галилео Галилеем телескопа. Спустя восемнадцать веков после Аристарха Коперник в XVI в. возродил гелиоцентрическую модель и в отличие от Аристарха, который лишь высказал общую идею, разработал детали гелиоцентрической системы и основы вычисления положений планет. Однако Коперник продолжал опираться на метод круговых орбит Птолемея, используя 34 окружности. Коренной перелом в победу гелиоцентрической системы в начале XVII столетия внес Иоганн Кеплер, который, используя составленный Тихо Браге великолепный каталог данных исключительно точных наблюдений по движению планет, в особенности данные по Марсу, сформулировал три своих знаменитых закона о движении планет. Согласно первому закону Кеплера любая планета движется вокруг Солнца по эллиптической орбите с Солнцем в одном из фокусов эллипса (тем самым была опровергнута птолемеевская модель движения). Согласно второму закону любая планета движется по орбите с постоянной секториальной скоростью. Третий закон Кеплера устанавливает связь между большой полуосью (a) эллипса и периодом (T), за которое планета завершает полный оборот $\left(T^2 / a^3 = \dfrac{4\pi^2}{G(\mathrm{M}+\mathrm{m})} \right)$, G – гравитационная постоянная.

Законы Кеплера – эмпирические. Несколько десятилетий спустя Ньютон математически вывел законы Кеплера и сформулировал знаменитый закон всемирного тяготения. Согласно закону Ньютона сила всемирного тяготения – центральная, каждая масса m притягивается другой массой M во Вселенной с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния между массами, и направлена по линии, соединяющей центры масс. Ньютон сделал гораздо больше, доказав, что орбитой тел, движущихся вокруг Солнца, может являться любая из кривых семейства конических сечений (окружность, эллипс, парабола, гипербола). В последующие десятилетия и столетия закон всемирного тяготения Ньютона получил множество убедительных и ярких подтверждений. Пользуясь этим законом, Вильям Гершель в 1781 г. открыл планету Уран, в 1840-х гг. Адамс в Англии и Леверье во Франции открыли планету Нептун. В XVIII в. были открыты комета Галлея и множество малых планет-астероидов. Однако несмотря на огромное множество успехов некоторые явления были трудно объяснимы по закону Ньютона. В 1859 г. Леверье обнаружил некоторое расхождение орбиты ближайшей к Солнцу планеты Меркурий в перигее с результатами наблюдений. Не найдя убедительных объяснений этого факта, Симон Ньюкомб в 1895 г. высказал мнение, что, возможно, закон обратных квадратов Ньютона не выполняется точно на малых расстояниях. В 1917 г. факту, связанному с аномалией орбиты Меркурия, было дано объяснение на основе общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна, и противоречие казалось исчерпанным. Однако в 1965 г. Р. Дикке и М. Голденбергом было доказано, что Солнце не является шарообразным и его полярный диаметр на 35 км меньше, чем экваториальный, что позволяло объяснить остаточное смещение перигелия Меркурия примерно на 10%. Это ставило под сомнение уже согласие ОТО с результатами наблюдений [1-3]. Различные варианты центральных сил, при которых решение уравнения движения приводится к квадратурам, рассмотрены Якоби, Бертраном, Дарбу, Альфеном. Однако ими не описано хоть одно реально существующее движение [4]. Основные типы реально существующих на сегодняшний день в природе и атомной физике сил указаны в [1, 5].

Вторая особенность создавшегося положения связана с вопросом существования «тёмных тел» (по современной терминологии «чёрные дыры»). В 1783 г. английский астроном-любитель Джон Митчелл, в последующем один из основателей сейсмологии, а в 1795 г. известный французский математик и механик Лаплас независимо друг от друга на основе закона тяготения Ньютона высказали мнение, что в природе должны существовать тела, для которых необходимая для преодоления их притяжения скорость превышает скорость света (c). Поэтому такие тела должны быть «тёмными». Подобные тела невидимы, и их можно обнаружить косвенным путем –гравитационным воздействием на другие тела. Митчелл и Лаплас вывели радиус «тёмного тела» r_g (гравитационный радиус) при заданной его массе, используя понятие второй космической скорости ($r_g = 2GM/c^2$). После построения ОТО рассуждения Митчелла и Лапласа были подвергнуты критике в том плане, что при близких к скорости света скоростях формулы классической механики не применимы, хотя по обеим теориям получается одно и то же значение для гравитационного радиуса. Оппоненты же ОТО утверждают, что она не применима, поскольку решение уравнений этой теории содержит особенность (сингулярность), недопустимую при описаниях естественных явлений.

Приведённые выше факты обусловливают актуальность затронутого Ньюкомбом вопроса, а именно: существует ли такое центральное взаимодействие, которое при малых расстояниях отличается от ньютоновского (оно более сильное), а при больших совпадает с ним. Ниже мы дадим положительный ответ на поставленный вопрос.

1. О более мощном центральном взаимодействии тел и частиц. Рассмотрим вариант центрального взаимодействия тел, который при коротких расстояниях описывает более сильное, по сравнению с ньютоновым гравитационным, взаимодействие, а при сравнительно больших расстояниях практически совпадает с ним. Пусть имеем тела (частицы) с массами m, M. Поместим начало полярных координат (r,θ) в центре тела с массой M. Центральную силу взаимодействия будем задавать в виде

$$\vec{F} = -GmM \frac{e^{k/r}}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \tag{1.1}$$

или

$$F = -GmM \frac{e^{k/r}}{r^2}, \tag{1.2}$$

где G – гравитационная постоянная в законе всемирного тяготения Ньютона $\left(\mathrm{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{м}^3/(\textit{кг}.\mathrm{c}^2)\right)$. Показатель k будет характеризовать мощность (интенсивность) центра притяжения. При $k = 0$ взаимодействие (1.1) совпадает с ньютоновым. Если же $k > 0$, оно будет более мощным, чем ньютоново. Очевидно, что k имеет размерность длины. О её значениях поговорим чуть позже.

Поскольку процессы, происходящие во Вселенной, как правило, являются периодическими, ниже докажем возможность существования периодического решения и при взаимодействии (1.1).

Поле, создаваемое силой F, задаваемой по формуле (1.1), является потенциальным с потенциалом

$$U = -\frac{GmM}{k} e^{k/r} + const \ , \tag{1.3}$$

который существенно сильнее потенциала ньютонова поля $(U = -GmM/r)$. Поскольку сила $\vec{F}$ – центральная, траектория материальной точки – плоская кривая, и имеет место закон площадей:

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C \ , \tag{1.4}$$

где C равна величине момента начальной скорости относительно центра притяжения. Учитывая (1.4), скорость точки траектории определяется по формуле

$$v^2 = C^2 \left(\left(\frac{d\frac{1}{r}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \right)^2 \right). \tag{1.5}$$

Используя теорему о кинетической энергии $\left(\frac{dmv^2}{2} = Fdr \right)$, имеем

$$v^2 = \frac{2GM}{k} e^{k/r} + h \ , \tag{1.6}$$

где постоянная интегрирования h определяется из начального условия: при $r = r_0$, $v = v_0$.

Обозначим $\psi = 1/r$, тогда

$$V^2 = C^2 \left(\left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 + \psi^2 \right) \tag{1.7}$$

и из (1.6), (1.7) следует

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 = \left(\frac{2GM}{k} e^{k\psi} + h \right) \frac{1}{C^2} - \psi^2 . \tag{1.8}$$

Определение траектории движения в полярной системе (r, θ) приводится к вычислению интеграла

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \pm \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\sqrt{\left(\frac{2GM}{k} e^{k\psi} + h \right) \frac{1}{C^2} - \psi^2}} . \tag{1.9}$$

Для выяснения формы траектории разложим функцию $\exp(k\psi)$ в ряд Маклорена и ограничимся пока первыми тремя слагаемыми

$$e^{k\psi} \approx 1 + k\psi + \frac{1}{2} k^2 \psi^2 ; \tag{1.10}$$

согласно (1.8) будем иметь

$$\left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 = \delta_1 \left[k_2^2 - (\psi - k_1)^2 \right], \tag{1.11}$$

где

$$\delta_1 = 1 - \frac{GMk}{C^2}, \quad k_1 = \frac{GM}{C^2\delta_1},$$
$$k_2^2 = k_1^2 + \left(2GM + kh\right)\frac{1}{kC^2\delta_1} = \frac{1}{kC^2\delta_1^2}\left[GM + (\mathrm{GM} + \mathrm{kh})\delta_1\right]. \tag{1.12}$$

Будем считать $\delta_1 > 0$, ибо лишь при этом решение будет периодическим, а траектория будет коническим сечением. Вводя обозначение $\psi - k_1 = k_2\rho$, уравнение (1.11) приведем к виду

$$\left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 = \delta_1\left(1 - \rho^2\right), \tag{1.13}$$

откуда следует

$$\rho = \cos\sqrt{\delta_1}(\theta - \alpha). \tag{1.14}$$

Вернувшись к первоначальным обозначениям, получим

$$\psi = k_1 - \mathrm{k}_2 \cos\sqrt{\delta_1}(\theta - \theta_0),$$
$$\mathrm{r} = \frac{1/k_1}{1 - \frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{k}_1}\cos\sqrt{\delta_1}(\theta - \theta_0)}, \tag{1.15}$$

т.е. траектория движения является коническим сечением, с параметрами

$$p = \frac{1}{k_1} = \frac{C^2}{GM} - k,$$
$$\varepsilon = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{1 + \left(\frac{C^2}{MGk} - 1\right)\left(2 + \frac{hk}{MG}\right)}. \tag{1.16}$$

Поскольку $\delta_1 > 0$, то $\left(C^2/MGk\right) - 1 > 0$. Для получения эллипса необходимо, чтобы $2 + \left(hk/MG\right) < 0$, т.е.

$$h < -\frac{2GM}{k}. \tag{1.17}$$

Траектория движения будет эллипсом, если

$$-1 < \left(\frac{C^2}{MGk} - 1\right)\left(2 + \frac{hk}{MG}\right) < 0, \tag{1.18}$$

откуда следует

$$-\frac{MG}{k}\left(1 + \frac{C^2}{C^2 - MGk}\right) < h < -\frac{2GM}{k}. \tag{1.19}$$

Полуоси эллипса определятся по формулам

$$a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}, \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}. \tag{1.20}$$

При

$$h = -\frac{MG}{k}\left(1 + \frac{C^2}{C^2 - MGk}\right) \tag{1.21}$$

траектория является окружностью, при $h = {-2GM}/{k}$ – параболой, а при $h > {-2GM}/{k}$ – гиперболой. Постоянная интегрирования *h*, как всегда, определяется из начального условия: при $r = r_0$ $v = v_0$. Согласно (1.6)

$$h = v_0^2 - \frac{2GM}{k} e^{\frac{k}{r_0}}, \tag{1.22}$$

и условие (1.17) запишется в виде

$$v_0^2 < \frac{2GM}{r_0}\left(\frac{e^{\frac{k}{r_0}} - 1}{k/r_0}\right) = v_*^2, \tag{1.23}$$

следовательно, при $v_0 < v_*$ траектория является эллипсом, при $v_0 = v_*$ – параболой, а при $v_0 > v_*$ – гиперболой. $\lim\limits_{k\to 0} v_*^2 = \frac{2GM}{r_0} = v_{*0}^2$, $v_{*0} = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$ – вторая космическая скорость по теории Ньютона, т.е. начальная скорость, при которой тело преодолевает притяжение тела с массой *M*. Если же $k > 0$, согласно (1.23) $v_* > v_{*0}$, т.е. вторая космическая скорость при взаимодействии (1.1) больше классической, чего и следовало ожидать.

Отметим также, что сохранение в ряде Маклорена функции $\exp k\psi$ больше слагаемых, чем в (1.10), приводит к вычислению эллиптических интегралов и несущественным поправкам к параметрам траектории.

2**. О гравитационном радиусе «тёмного тела» («чёрной дыры»)**. Тело с массой *M* будет тёмным (невидимым, или «чёрной дырой»), если любое тело (частица) с массой *m* и начальной скоростью, даже равной скорости света *c*, не может преодолевать поле притяжения массы *M*. Возникает естественный вопрос – каков гравитационный радиус R_g при взаимодействии (1.1). Для определения гравитационного радиуса R_g в формуле (1.23) начальными условиями будут: при $r_0 = R_g$ $v_* = c$. Имеем

$$\frac{2GM}{R_g}\left(\frac{e^{\frac{k}{R_g}} - 1}{k/R_g}\right) = c^2. \tag{1.24}$$

Обозначив $\lim\limits_{k\to 0} R_g = r_g$ и перейдя в (1.24) к пределу при $k \to 0$, получим

$$\frac{2GM}{r_g} = c^2 \quad \text{или} \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}, \tag{1.25}$$

т.е. радиус r_g – известный гравитационный радиус при классическом центральном взаимодействии Ньютона. Обозначим $\gamma = k/R_g$, тогда из (1.24) с учётом (1.25) следует

$$R_g = r_g \frac{e^{\gamma} - 1}{\gamma} \tag{1.26}$$

или

$$\frac{R_g}{r_g} = \frac{e^{\gamma} - 1}{\gamma}. \tag{1.27}$$

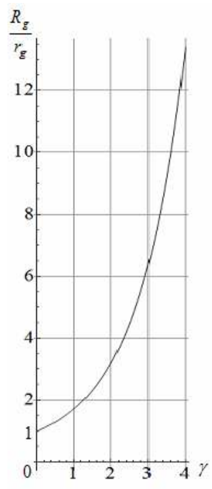

Рис.1

$\lim\limits_{\gamma \to 0} \frac{R_g}{r_g} = 1,$ при $\gamma > 0,\ R_g > r_g$, а из графика функции R_g / r_g (рис.1) следует, что гравитационный радиус R_g при взаимодействии (1.1), по сравнению с ньютоновым гравитационным радиусом r_g может быть сколь угодно большим. Из формул (1.24), (1.26) следует, что параметр k пропорционален гравитационному радиусу $R_g (\mathrm{k} = \gamma R_g)$. Задав значение γ, из графика (рис.1), или по формуле (1.27) определится R_g / r_g, т.е. сам гравитационный радиус R_g и наоборот.

Например, при $\gamma = 1$ (т.е. $k = R_g$) $R_g = 1.718 r_g$; $\gamma = 3 (\mathrm{k} = 3 \mathrm{R}_g)$ $\mathrm{R}_g = 6.362 r_g$; $\gamma = 5,\ \mathrm{R}_g = 29.483 r_g$; $\gamma = 10,\ \mathrm{R}_g = 2202.547 r_g$; $\gamma = 100,\ \mathrm{R}_g = = 2.689 \cdot 10^{41} r_g$

Если же $R_g / r_g = 1,$ то $\gamma = 0,\ k = 0$; при $R_g = 5 r_g$ $\gamma = 2.66$ $(\mathrm{k} = 2.66 \mathrm{R}_g)$; $\mathrm{R}_g = 10 r_g$, $\gamma = 3.615$; $\mathrm{R}_g = 100 r_g$, $\gamma = 6.475$; $\mathrm{R}_g = 1000 r_g$, $\gamma = 9.118$.

Полученные выше результаты позволяют сделать вывод, что могут существовать «тёмные тела»' со сколь угодно большим гравитационным радиусом R_g; притяжение «тёмного тела» не подчиняется классическому (ньютоновому) закону притяжения, а подчиняется закону существенно мощного центрального притяжения (1.1). Может существовать множество «тёмных тел».

Институт механики НАН РА

Академик Л. А. Агаловян

О более мощном, чем ньютоново, центральном взаимодействии тел и частиц

Установлен вариант центрального взаимодействия тел $((1.1))$, который при коротких расстояниях описывает более мощное, по сравнению с ньютоновым, гравитационное взаимодействие. Выведены условия, при которых траектория

движения является коническим сечением. Установлена связь центрального взаимодействия (1.1) с гравитационным радиусом R_g «тёмного тела» («чёрной дыры»). Показано, что гравитационный радиус R_g «тёмного тела» может быть сколь угодно большим.

Ակադեմիկոս Լ. Ա. Աղալովյան

Մարմինների և մասնիկների՝ ավելի հզոր, քան նյուտոնյանը, կենտրոնական փոխազդեցության մասին

Բացահայտված է մարմինների կենտրոնական փոխազդեցության այնպիսի տարբերակ, որը կարճ հեռավորությունների դեպքում էապես հզոր է, քան նյուտոնյան կենտրոնական փոխազդեցությունը: Արտածված են պայմաններ, որոնց դեպքում շարժման հետագիծը կոնական հատույթ է: Կապ է հաստատված (1.1) կենտրոնական փոխազդեցության և «մութ մարմնի» («սև խոռոչ») գրավիտացիոն R_g շառավղի միջև: Ցույց է տրված, որ «մութ մարմնի» գրավիտացիոն շառավիղը կարող է լինել ցանկացած մեծ չափի:

Academician L. A.Aghalovyan

On More Powerful than Newton Central Interaction of Bodies and Particles

A variant of central interaction of bodies which at short distances describes more powerful, comparing with Newton one, gravitational interaction, is established. Conditions, under which the trajectory of the movement is a conic section, are derived. The connection of the central interaction with the gravitational radius R_g of “the dark body” (“black holes”) is established. It is shown that the gravitational radius R_g of the “dark body” can be arbitrarily big. There may be a lot of “black holes”.

Литература

1. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Механика. М. Наука. 1975. 480 с.
2. *Layzer D.* Constructing the Universe. New York. Scientific American Books. Inc. 1984 (*Лейзер Д.* Создавая картину Вселенной. М. Мир.1988. 324 с.)
3. *Kaufman W.* The cosmic frontiers of general relativity. Boston. Toronto.1977. By Little, Brown and Co. (*Кауфман У.* Космические рубежи теории относительности. М. Мир. 1981. 350 с.)
4. *Аппель П.* Теоретическая механика. Т.1. М. Гос. изд-во физ.-мат. лит. 1960. 515 с.
5. *Wichmann.* Quantum Physics. Berkeley Physics Course. Vol. IV. 1967. Mc GRAW-HILL Book Comp. (*Вихман Э.* Квантовая физика. М. Наука. 1977. 416 с.).