

УДК 539.3

З. Н. Даноян, Л. А. Атоян, С. Л. Саакян

Электромагнитоупругие поверхностные волны в слоистых пьезоактивных структурах при наличии электрического (магнитного) экрана

(Представлено академиком Г.Н. Багдасаряном 27/І 2015)

Ключевые слова: *пьезоэлектрическая слоистая среда, электромагнитоупругая волна, электрический экран, полные уравнения Максвелла.*

1. Введение. Предлагаемая работа является исследованием по вопросам существования и распространения поверхностных электромагнитоупругих волн в слоистых пьезоактивных средах с электрическим (магнитным) экраном в динамической постановке, что означает использование полных уравнений Максвелла.

Известно, что поверхностные волны находят широкое применение в технике, в частности, в устройствах хранения, обработки и передачи информации, следовательно, исследование поверхностных электроупругих волн в пьезоэлектрических средах имеет и теоретическое, и практическое значение [1-9].

В этой области исследования были начаты еще в 1968 г. Блюстейном [6] и Гуляевым [7] и в основном велись в так называемой квазистатической постановке, не дающей возможности определить интенсивность электромагнитных волн, а это важно при конструировании различных приборов акустоэлектроники. Полностью динамическую теорию пьезоэлектриков сформулировали и изучали Миндлин [2], П. Ли [3], Янг [4], С. Ли [5] и др.

2. Постановка задачи. В декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ рассматривается пьезоэлектрическая слоистая конструкция, состоящая из пьезоэлектрической подложки, занимающей область $x_2 \geq 0$, из жестко примыкающего к ней на границе $x_2 = 0$ тонкого упругого пьезоэлектрического слоя толщиной h_2 , занимающего область $-h_2 < x_2 < 0$, из диэлектрической среды толщиной h_3 , занимающей область $-(h_2 + h_3) < x_2 < -h_2$ между пьезоэлектрическим тонким слоем и экраном, с которыми не имеет акустического контакта. Материалы подложки и слоя кристаллической

симметрии 6mm (4mm), их главные оси $L_6(L_4)$ параллельны оси Ox_3 . Диэлектрическая среда, в частности, может быть вакуумом. Индексами 1, 2 и 3 индексированы величины, относящиеся к подложке, тонкому слою и диэлектрической среде. $c_i, \rho_i, e_i, \varepsilon_i$ – постоянные упругости, плотности, пьезоэлектрические, диэлектрические постоянные, S_i ($i=1,2,3$) – скорости объемных упругих волн, соответственно.

Предполагается, что система находится в антиплоском деформированном состоянии:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \{0, 0, u_3\}, u_3 = w(x_1, x_2, t); \vec{H} = \{0, 0, H_3\}, H_3 = H_3(x_1, x_2, t), \\ \vec{E} &= \{E_1, E_2, 0\}, E_i = E_i(x_1, x_2, t), i=1,2. \end{aligned} \quad (2.1)$$

С учетом соотношений (2.1) уравнения состояния имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{13} &= c_{44} \frac{\partial w}{\partial x_1} - e_{15} E_1, \quad \sigma_{23} = c_{44} \frac{\partial w}{\partial x_2} - e_{15} E_2, \quad D_1 = e_{15} \frac{\partial w}{\partial x_1} + \varepsilon_{11} E_1, \\ D_2 &= e_{15} \frac{\partial w}{\partial x_2} + \varepsilon_{11} E_2, \quad B_3 = \mu_{33} H_3, \end{aligned} \quad (2.2)$$

ненулевые компоненты тензора деформации:

$$\gamma_{13} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \quad \gamma_{23} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_3}{\partial x_2}.$$

Уравнения движения среды и уравнения Максвелла для электромагнитного поля с учетом (2.1) и (2.2) представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} c_{44} \nabla^2 w - e_{15} \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial x_2} \right) &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad e_{15} \nabla^2 w + \varepsilon_{11} \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial x_2} \right) = 0, \quad \frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} = -\mu_{33} \frac{\partial H_3}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_3}{\partial x_2} &= e_{15} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial t} + \varepsilon_{11} \frac{\partial E_1}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_3}{\partial x_1} = -e_{15} \frac{\partial^2 w}{\partial x_2 \partial t} - \varepsilon_{11} \frac{\partial E_2}{\partial t}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Отсюда получаем уравнения для перемещений точек основания и слоя:

$$\nabla^2 w_i = \frac{1}{S_i^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2}, \quad (i=1,2), \quad (2.4)$$

$$S_i^2 = \frac{\bar{c}_i}{\rho}, \quad \bar{c}_i = c_i + \frac{e_i^2}{\varepsilon_i} = c_i \left(1 + \frac{e_i^2}{\varepsilon_i c_i} \right) = c_i (1 + \chi_i^2), \quad \chi_i^2 = \frac{e_i^2}{\varepsilon_i c_i}, \quad c_i = c_{44}^{(i)}, \quad e_i = e_{15}^{(i)}, \quad \varepsilon_i = \varepsilon_{11}^{(i)},$$

\bar{c}_i – приведенная упругая постоянная, S_i – скорости объемных электроупругих волн в направлении оси Ox_i , χ_i^2 – коэффициенты электромеханической связи. Уравнения магнитного поля основания и слоя представляются в следующем виде:

$$\nabla^2 H_3^{(i)} = \frac{1}{a_i^2} \frac{\partial^2 H_3^{(i)}}{\partial t^2}, \quad a_i^2 = \frac{1}{\varepsilon_i \mu_i}, \quad \mu_i = \mu_{33}^{(i)} \quad (i=1,2), \quad (2.5)$$

a_i – скорости света в соответствующих средах.

В диэлектрической среде уравнения Максвелла имеют вид

$$\frac{\partial E_2^{(3)}}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1^{(3)}}{\partial x_2} = -\mu_3 \frac{\partial H_3^{(3)}}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_3^{(3)}}{\partial x_2} = \varepsilon_3 \frac{\partial E_1^{(3)}}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_3^{(3)}}{\partial x_1} = -\varepsilon_3 \frac{\partial E_2^{(3)}}{\partial t}.$$

Откуда, исключая напряженности электрических полей, получим

$$\nabla^2 H_3^{(3)} = \frac{1}{a_3^2} \frac{\partial^2 H_3^{(3)}}{\partial t^2}, \quad a_3^2 = \frac{1}{\varepsilon_3 \mu_3}. \quad (2.6)$$

a_3 – скорость света, ε_3 и μ_3 – диэлектрическая и магнитная постоянные.

2.1. Граничные и контактные условия. На плоскости $x_2 = 0$ должны быть непрерывны перемещения, тангенциальная составляющая электрического поля, касательная компонента напряжения и нормальная составляющая электрического смещения:

$$w_1 = w_2, \quad E_1^{(1)} = E_1^{(2)}, \quad \sigma_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)}, \quad D_2^{(1)} = D_2^{(2)}. \quad (2.7)$$

На границе слоя $x_2 = -h_2$ должны быть непрерывны касательная составляющая электрического поля, нормальная составляющая вектора смещения и должна быть равна нулю касательная составляющая напряжения:

$$E_1^{(2)} = E_1^{(3)}, \quad \sigma_{23}^{(2)} = 0, \quad D_2^{(2)} = D_2^{(3)}. \quad (2.8)$$

Последние условия в (2.7) и (2.8) можно заменить на условия непрерывности касательной составляющей напряженности магнитного поля: $H_3^{(1)} = H_3^{(2)}$ при $x_2 = 0$ и $H_3^{(2)} = H_3^{(3)}$ при $x_2 = -h_2$.

Граничные условия на экранированной границе $x_2 = -(h_2 + h_3)$:

а. В случае экрана электрического поля необходимо, чтобы равнялась нулю касательная составляющая электрического поля

$$E_1^{(3)} = 0. \quad (2.9)$$

б. В случае экрана магнитного поля необходимо, чтобы равнялась нулю касательная составляющая магнитного поля

$$H_3^{(3)} = 0, \quad (2.10)$$

что эквивалентно следующему условию:

$$D_2^{(3)} = 0. \quad (2.11)$$

Отсюда в частности следует, что в квазистатическом приближении условие (2.11) эквивалентно следующему условию:

$$E_1^{(3)} = -\frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1} = 0 \quad \text{или} \quad \varphi_3 = 0, \quad (2.12)$$

где φ_3 – электрический потенциал диэлектрической среды.

Следовательно, условия (2.9) или (2.12) в квазистатическом приближении соответствуют экрану электрического поля, а условие (2.11) – экрану магнитного поля. Таким образом, полностью динамический подход важен также тем, что позволяет объяснить смысл условий на экране в квазистатическом приближении.

2.2 Условия затухания. В пьезоэлектрической подложке w_1 и $H_3^{(1)}$ должны затухать при удалении от поверхности среды вглубь, т. е. должны выполняться следующие условия

$$\lim w_1 = 0, \quad \lim H_3^{(1)} = 0, \quad x_2 \rightarrow +\infty.$$

В частном случае, когда экран находится в бесконечности, должно выполняться условие:

$$\lim H_3^{(3)} = 0, \quad x_2 \rightarrow -\infty, \quad (2.13)$$

которое согласуется с условием (2.10), и можно показать, что оно эквивалентно также условию (2.9), когда $x_2 \rightarrow -\infty$. Таким образом, когда экран находится в бесконечности, условия (2.9) и (2.10) эквивалентны условию затухания (2.13).

Ставится задача: в полностью динамической постановке найти и исследовать электромагнитоупругие волновые поля в рассматриваемой пьезоэлектрической структуре, с учётом граничных, контактных условий и условий затухания, а также найти соответствующее дисперсионное уравнение.

3. Решение задачи в виде плоских волн. а) Решение уравнений (2.4) и (2.5) в подложке ищем в виде плоских волн:

$$w_1 = W_{10} e^{i(qx_2 + px_1 - \omega t)}, \quad H_3^{(1)} = H_{10} e^{i(qx_2 + px_1 - \omega t)}, \quad (3.1)$$

где p и q – горизонтальное и поперечное волновые числа, $\omega > 0$ – круговая частота, W_{10} , H_{10} – амплитуды волны. Подставляя выражения (3.1) в уравнения (2.4) и (2.5), получим:

$$q = \pm ip\beta_1(V), \quad \beta_1(V) \equiv \sqrt{1 - V^2 / S_1^2}, \quad q = \pm ip\gamma_1(V), \quad \gamma_1(V) \equiv \sqrt{1 - V^2 / a_1^2}, \quad (3.2)$$

где V – фазовая скорость искомой поверхностной волны. Чтобы удовлетворить условию затухания при $x_2 \rightarrow +\infty$, необходимо выполнение следующих условий:

$$\beta_1(V) > 0 \quad \text{и} \quad \gamma_1(V) > 0, \quad (3.3)$$

для чего нужно взять положительные значения q , тогда имеем:

$$w_1 = W_{10} e^{-p\beta_1(V)x_2} e^{i(px_1 - \omega t)}, \quad H_3^{(1)} = H_{10} e^{-p\gamma_1(V)x_2} e^{i(px_1 - \omega t)}. \quad (3.4)$$

Из (3.3) следует

$$V < S_1 < a_1. \quad (3.5)$$

Отсюда заключаем, что, если поверхностная волна существует, то ее фазовая скорость не превосходит скорости объемных электроупругих волн в подложке. Итак, волновой процесс в подложке описывается функциями (3.4), где W_{10} и H_{10} – постоянные, а $\beta_1(V)$ и $\gamma_1(V)$ – коэффициенты затухания. В основании скорости удовлетворяют условию (3.5).

б) Волновые поля в слое. Решение ищем в виде

$$w_2 = W_{20} e^{i(qx_2 + px_1 - \omega t)}, \quad H_3^{(2)} = H_{20} e^{i(qx_2 + px_1 - \omega t)}. \quad (3.6)$$

Подставляя (3.6) в уравнения (2.4), (2.5), получим:

$$q = \pm p\beta_2(V), \quad \beta_2(V) = \sqrt{V^2 / S_2^2 - 1}, \quad q = \pm i\gamma_2(V), \quad \gamma_2(V) = \sqrt{1 - V^2 / a_2^2}. \quad (3.7)$$

Поскольку $V < \alpha_2$, то $\gamma_2(V) > 0$. Что касается величины $\beta_2(V)$, то она может быть как действительной положительной, так и комплексной. В первом случае, когда $V > S_2$, в слое будут распространяться однородные электроупругие волны. Во втором случае, когда $V < S_2$, в слое будут распространяться неоднородные волны; в задаче Лява таких волн нет. Магнитные волны всегда будут неоднородными. Следовательно, для решений в слое $\beta_2(V)$ в (3.7) может быть как действительным, так и комплексным:

$$w_2 = \left(W_{20}^- e^{-ip\beta_2(V)x_2} + W_{20}^+ e^{ip\beta_2(V)x_2} \right) e^{i(px_1 - \alpha x)},$$

$$H_3^{(2)} = \left(H_{20}^- e^{-ip\gamma_2(V)x_2} + H_{20}^+ e^{p\gamma_2(V)x_2} \right) e^{i(px_1 - \alpha x)}. \quad (3.8)$$

в) Волновые поля в диэлектрической среде ищем в виде

$$H_3^{(3)} = H_{30} e^{i(qx_2 + px_1 - \alpha x)}. \quad (3.9)$$

Аналогичным образом получим

$$q = \pm i\gamma_3(V), \quad \gamma_3(V) = \sqrt{1 - V^2 / a_3^2}. \quad (3.10)$$

Поскольку $V < a_3$, то выполняется условие $\gamma_3(V) > 0$. Решение представляется в виде

$$H_3^{(3)} = \left(H_{30}^- e^{-p\gamma_3(V)x_2} + H_{30}^+ e^{p\gamma_3(V)x_2} \right) e^{i(px_1 - \alpha x)}. \quad (3.11)$$

Таким образом, мы нашли решение задачи в виде суммы составляющих решений (3.4), (3.8) и (3.11) в подложке, тонком слое и диэлектрической среде, соответственно.

4. Дисперсионное уравнение. Подставив решения (3.4), (3.8) и (3.11) в граничные условия и условия затухания, получим систему алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд W_{20}^- , W_{20}^+ , H_{20}^- , H_{20}^+ , а из условия существования ненулевого решения этой системы вытекает следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{vmatrix} \bar{c}_1\beta_1 - i\bar{c}_2\beta_2 & \bar{c}_1\beta_1 + i\bar{c}_2\beta_2 & \frac{\bar{e}_1 - \bar{e}_2}{\omega} & \frac{\bar{e}_1 - \bar{e}_2}{\omega} \\ \omega(\bar{e}_1 - \bar{e}_2) & \omega(\bar{e}_1 - \bar{e}_2) & \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} & \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \\ i\bar{c}_2\beta_2 e^{ik_2\beta_2} & -i\bar{c}_2\beta_2 e^{-ik_2\beta_2} & \frac{\bar{e}_2}{\omega} e^{k_2\gamma_2} & \frac{\bar{e}_2}{\omega} e^{-k_2\gamma_2} \\ \omega\bar{e}_2 e^{ik_2\beta_2} & \omega\bar{e}_2 e^{-ik_2\beta_2} & \left(\frac{\gamma_2 + \gamma_3}{\varepsilon_2 \varepsilon_3} \delta_3 \right) e^{k_2\gamma_2} & - \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_3}{\varepsilon_2 \varepsilon_3} \delta_3 \right) e^{-k_2\gamma_2} \end{vmatrix} = 0.$$

Здесь $\bar{e}_1 = e_1 / \varepsilon_1$, $\bar{e}_2 = e_2 / \varepsilon_2$.

Ниже представлены дисперсионные кривые для конкретной структуры (рис.1-3), когда пьезоэлектрический слой представляет собой окись теллура TeO_2 (параметры: $\rho_2 = 6.0 \times 10^3$, $S_2 = 2097$, $c_2 = 2.65 \times 10^{10}$, $\varepsilon_2 = 20.0 \times 10^{-11}$, $\varepsilon_3 = 8.85 \times 10^{-12}$, $e_2 = 0$), а подложка – окись цинка ZnO (параметры: $\rho_1 = 5.7 \times 10^3$, $S_1 = 2898$, $c_1 = 4.25 \times 10^{10}$, $\varepsilon_1 = 7.38 \times 10^{-11}$, $e_1 = -0.59$), диэлектрическая среда – вакуум ($\varepsilon_3 = 8.85 \times 10^{-12}$) (т.е. рассматривается случай мягкого слоя, когда $S_2 < S_1$). Для этой структуры исследованы три различных случая расположения электрического экрана:

1. экран находится на конечном расстоянии от пьезоэлектрического слоя ($\delta_3 = 0.5$) (рис.1),

2. экран находится в бесконечности ($\delta_3 = 1$) (рис.2),

3. экран находится на поверхности пьезоэлектрического слоя ($\delta_3 = 0$) (рис.3).

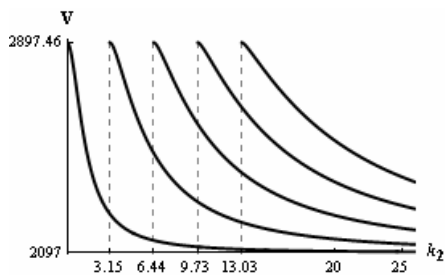


Рис.1. $\delta_3 = 0.5$, $BG=2897.46$.

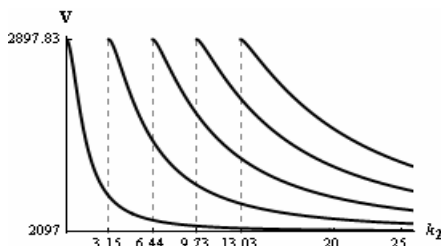


Рис.2. $\delta_3 = 1$, $BG=2897.83$.

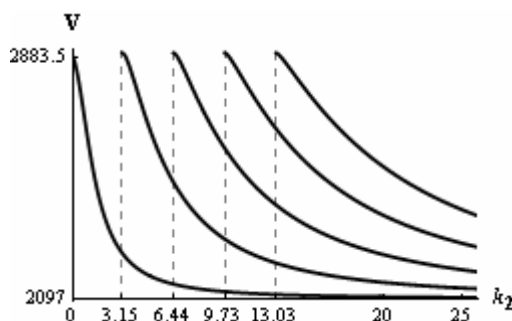


Рис.3. $\delta_3 = 0$, $BG=2883.5$.

Скорость первой моды начинает убывать от значения скорости волны Блюстейна–Гуляева, скорости остальных мод – от скорости объемной волны в подложке до скорости объемной волны в слое (рис. 1). А когда экран в бесконечности или на поверхности слоя (рис. 2, 3), скорости всех мод начинаются от скорости волны Блюстейна–Гуляева и убывают асимптотически до скорости объемной волны в слое.

5. Заключение. 1. В полностью динамической постановке найдены выражения для расчёта электромагнитоупругих волновых полей в слоистых пьезоупругих конструкциях с электрическим (магнитным) экраном. Найдены дисперсионные соотношения, определяющие вопросы существования и поведения поверхностных электромагнитоупругих волн.

2. Для структуры с мягким слоем в зависимости от толщины пьезоэлектрического слоя возникают моды электромагнитоупругих волн, причем в случае конечной толщины диэлектрического слоя (рис.1) скорость первой моды начинает убывать от скорости волны Блюстейна–Гуляева, а последующие начинаются от скорости объемной волны в подложке. А когда экран в бесконечности или на поверхности слоя (рис. 2, 3), скорости всех мод начинаются от скорости волны Блюстейна–Гуляева и убывают асимптотически до скорости объемной волны в слое.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта 13RF-086.

Институт механики НАН РА
e-mail: levous@mail.ru

Յ. Ն. Դանոյան, Լ. Ա. Ատոյան, Ս. Լ. Տահակյան

Электромагнитоупругие поверхностные волны в слоистых пьезоактивных структурах при наличии электрического (магнитного) экрана

В полностью динамической постановке исследованы вопросы существования и распространения электромагнитоупругих поверхностных волн в слоистых пьезоактивных средах с электрическим (магнитным) экраном. Получено и исследовано дисперсионное уравнение.

Ջ. Ն. Դանոյան, Լ. Հ. Աթոյան, Ս. Լ. Տահակյան

Էլեկտրամագնիսական մակերևութային ալիքները շերտավոր պիեզոակտիվ կառուցվածքում էլեկտրական (մագնիսական) էկրանի առկայությամբ

Լրիվ-դինամիկ դրվածքով հետազոտվել են էլեկտրամագնիսական մակերևութային ալիքների գոյության և տարածման հարցերը շերտավոր պիեզոակտիվ կառուցվածքներում: Գտնվել է և հետազոտվել դիսպերսիոն հավասարումը:

Z. N. Danoyan, L. H. Atoyan, S. L. Sahakyan

Electro-Magneto-Elastic Surface Waves Existence and Propagation in Piezoelectric Layered Medium in the Presence of an Electric Screen

The problems of existence and behavior of electro-magneto-elastic surface waves in a layered piezoelectric structure with an electric (or magnetic) screen are investigated. The dispersion equation is derived and investigated.

Литература

1. Tiersten H. F. Linear piezoelectric plate vibrations. New York, Plenum: 1969.
2. Mindlin R. D. In: Complex variable analysis and its applications. 1978. P. 397-400.
3. Lee P. C. Y. - J. Appl. Phys. 1991. V. 69. P. 7470-7473.
4. Yang J. S. - Int. J. of Applied Electromagnetics and Mechanics. 12. 2000. P. 235-240. Appl. Phys.
5. Li S. - J. Appl. Phys. 1996. V. 80. N 9. P.1.
6. Bleustein J. L.- Appl. Phys. Lett. 1969. V. 13. P. 412-414.
7. Gulyaev Y. V. - Sov. Phys. JEPT Lett. 1969. V. 9. P. 37-38.

8. *Danoyan Z. N, Atoyany L. H., Danoyan N. Z.* In: Topical Problems of Continuum Mechanics. The Proceed. of Intern. Conf. 4-8 October 2010. Dilijan, Armenia. P. 266-271.
9. *Даноян З. Н., Атоян Л. А., Саакян С. Л., Даноян Н. З.* В кн.: Материалы 3-й междунар. конф. “Актуальные проблемы механики сплошной среды”. 8-12 окт. 2012. Цахкадзор. РА. С. 215-219.