

УДК 539.12

Д. Б. Айрапетян^{1,2}, Т. В. Котанджян¹

Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса

(Представлено академиком Э.М. Казаряном 27/ VI 2014)

Ключевые слова: *цилиндрическая квантовая точка, потенциал Морса, прямое межзонное поглощение света.*

1. Введение. Полупроводниковые квантовые точки (КТ) благодаря полной квантованности спектра носителей заряда в них являются наиболее перспективными наноразмерными структурами, рассматриваемыми специалистами в качестве элементной базы для приборов нового поколения. Благодаря эффекту размерного квантования их физическими свойствами можно управлять, создавая тем самым приборы с наперед заданными характеристиками [1, 2]. Еще одним механизмом управления физическими свойствами КТ является применение внешних магнитных и электрических полей [3, 4].

Важной задачей для теоретического описания КТ является точное описание гамильтониана изучаемой системы. Введя в гамильтониан некий ограничивающий потенциал, который характеризует взаимодействие носителей заряда со стенками КТ, мы тем самым моделируем его и учитываем в нем эффект размерного квантования. Часто экспериментальные данные интерпретируются с использованием модельных потенциалов либо в форме прямоугольной потенциальной ямы, либо параболическим потенциалом. Однако параболический потенциал реализуется только для нижних энергетических уровней. Очевидно, что с ростом квантового числа ход ограничивающего потенциала расходится от параболического. Для более успешной и реалистичной аппроксимации формируемого ограничивающего потенциала вводятся другие виды потенциалов, такие, как потенциалы Морса, Пешля –Теллера, Вуда – Саксона и т. д. [5-8].

В настоящей работе исследованы электронные состояния и межзонное поглощение света в цилиндрической КТ с ограничивающим потенциалом Морса при наличии внешнего однородного магнитного поля.

2. Электронные состояния. Рассмотрим движение электрона и дырки в цилиндрической КТ с ограничивающим потенциалом Морса при режиме сильного размерного квантования в присутствии внешнего однородного

магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра (OZ). Отметим, что ограничивающий потенциал КТ вдоль оси цилиндра описывается потенциалом Морса, а в радиальном направлении – параболическим потенциалом. При режиме сильного размерного квантования полупроводниковая квантовая точка имеет такие малые размеры, что энергия кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой намного меньше энергии, обусловленной вкладом размерного квантования. Это обстоятельство позволяет пренебречь в гамильтониане системы членом, который соответствует кулоновскому взаимодействию электрона и дырки. В этом случае гамильтониан системы можно представить в виде суммы гамильтонианов электрона и дырки, и задача сводится к нахождению энергетических уровней этих частиц по отдельности.

Тогда потенциальная энергия частицы в цилиндрических координатах запишется в виде

$$U_{e(h)}(\rho, Z) = \tilde{A}_{e(h)} + \tilde{A}_{e(h)} \left(e^{-2\frac{Z}{\tilde{\beta}_{e(h)}}} - 2e^{-\frac{Z}{\tilde{\beta}_{e(h)}}} \right) + \frac{m_{e(h)}^* \omega_{e(h)}^2 \rho^2}{2}, \quad (1)$$

где $\tilde{A}_{e(h)}$ и $\tilde{\beta}_{e(h)}$ – соответственно, глубина и ширина потенциальной ямы, $m_{e(h)}^*$ – эффективная масса электрона (дырка), $\omega_{e(h)}$ – осцилляторный параметр. Очевидно, что в общем случае величины $\tilde{A}_{e(h)}$ и $\tilde{\beta}_{e(h)}$ для электрона и дырки имеют разные значения. Ширина $\tilde{\beta}_{e(h)}$ связана с высотой цилиндрической КТ h соотношением $h = \delta_{e(h)} \tilde{\beta}_{e(h)}$, где $\delta_{e(h)}$ параметр, зависящий от специфики структуры КТ. Параметр имеет порядок единицы и может быть определен из эксперимента. Еще одним параметром, определяемым из эксперимента, является $\lambda_{e(h)}$, который связывает осцилляторный параметр $\omega_{e(h)}$ с радиусом цилиндра R формулой $\omega_{e(h)} = \lambda_{e(h)} \frac{\hbar}{m_{e(h)}^* R^2}$.

С учетом наличия внешнего однородного магнитного поля гамильтониан системы запишется в следующем виде:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_{e(h)}^*} \left(\hat{P} + \frac{e}{c} \hat{A} \right)^2 + U(\rho, Z), \quad (2)$$

где \hat{P} – оператор импульса частицы, \hat{A} – векторный потенциал магнитного поля, c – скорость света в вакууме, $m_{e(h)}^*$ – эффективная масса частицы, e – заряд электрона. Калибровка векторного потенциала берется в следующем виде: $A_\rho = 0$, $A_\varphi = B\rho/2$, $A_z = 0$. Тогда гамильтониан в безразмерных величинах запишется в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_1 = A_{e(h)} + A_{e(h)} \left(e^{-\frac{2z}{\beta_{e(h)}}} - 2e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (4)$$

$$\hat{H}_2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{4} (\gamma^2 + \gamma_0^2) r^2. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения: $r = \rho/a_B$, $z = Z/a_B$, $A_{e(h)} = \tilde{A}_{e(h)}/E_R$, $\beta_{e(h)} = \tilde{\beta}_{e(h)}/a_B$, $\gamma_0 = 2m_{e(h)}^* \omega a_B^2 / \hbar$, $\gamma = \hbar \omega_c / (2E_R)$, $\omega_c = eB / (cm_{e(h)}^*)$, где $E_R = \hbar^2 / (2m_{e(h)}^* a_B^2)$ – эффективная энергия Ридберга, $a_B = \kappa \hbar^2 / (m_{e(h)}^* e^2)$ – эффективный радиус Бора частицы, κ – диэлектрическая постоянная.

Общую волновую функцию системы ищем в виде $\psi(r, \varphi, z) = Ce^{im\varphi} R(r) \chi(z)$, где C – нормировочный коэффициент. Решая уравнение Шредингера для аксиального направления, окончательно для волновой функции и энергетических уровней частицы получим

$$\chi(z) = e^{-\left(\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right)} \left(2\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right)^s {}_1F_1 \left(-n_z, 2s+1, 2\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right), \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = A_{e(h)} - \left[\sqrt{A_{e(h)}} - \frac{1}{\beta_{e(h)}} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2, \quad (7)$$

где $s = \beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)} - \varepsilon_z}$, $n_z = 0, 1, 2, \dots$ – аксиальное квантовое число, а ${}_1F_1(\alpha, \beta, \gamma)$ – гипергеометрическая функция Гаусса [9]. Для радиальной части уравнения Шредингера получается следующее выражение:

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) - \left(\frac{m^2}{r^2} + m\gamma + \frac{(\gamma^2 + \gamma_0^2)}{4} r^2 \right) R(r) = \varepsilon_r R(r), \quad (8)$$

где m – магнитное квантовое число и принимает следующие значения: $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Решение уравнения (8) хорошо известно и задается вырожденной гипергеометрической функцией

$$R(r) = e^{-\frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{4} r^2} \left(\frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{2} r^2 \right)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_r + m\gamma}{2\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}} - \frac{|m|+1}{2} \right), |m|+1, \frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{2} r^2 \right\}. \quad (9)$$

Из стандартных условий для энергии радиальной части окончательно получим

$$\varepsilon_r = m\gamma + 4\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2} (N+1), \quad (10)$$

где $N = 2n_r + |m|$ – осцилляторное квантовое число и $N = 0, 1, 2, \dots$.

3. Прямое межзонное поглощение света. Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света в квантовой точке с потенциалом Морса в режиме сильного размерного квантования, когда кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой можно пренебречь. Рассмотрим случай тяжелой дырки, когда $m_e^* \ll m_h^*$, где m_e^* и m_h^* – эффективная масса электрона и дырки соответственно. В этом случае коэффициент поглощения определяется выражением [10]

$$K = A \sum_{\nu, \nu'} \left| \int \Phi_\nu^e \Phi_{\nu'}^h d\vec{r} \right|^2 \delta(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_{\nu'}^h), \quad (1)$$

где ν и ν' – наборы квантовых чисел, соответствующих электрону и тяжелой дырке, E_g – ширина запрещенной зоны массивного полупроводника, Ω – частота падающего света, A – величина, пропорциональная квадрату матричного элемента, взятого по блоховским функциям.

Для пороговых частот, учитывая вышеприведенные выражения для энергии электрона и дырки, получаем

$$W_{000} = 1 + \frac{\mu}{m_e^*} \cdot \left(\frac{d}{a_e}\right)^2 \cdot \varepsilon_e^0 + \frac{\mu}{m_h^*} \cdot \left(\frac{d}{a_h}\right)^2 \cdot \varepsilon_h^0, \quad (2)$$

где $d = \sqrt{\hbar^2 / (2\mu E_g)}$, $W_{000} = \hbar\Omega_{000} / E_g$, а $\mu = m_e^* m_h^* / (m_e^* + m_h^*)$ – приведенная эффективная масса экситона.

Для правила отбора при квантовых переходах получены следующие результаты: для магнитного квантового числа разрешены переходы между уровнями с $m = -m'$, а для осцилляторного квантового числа разрешены переходы с $N = N'$. Отметим, что для аксиального квантового числа n_z и n'_z возможны переходы между энергетическими уровнями с любыми квантовыми числами.

4. Обсуждение результатов. Перейдем к обсуждению полученных результатов. Отметим, что численные расчеты проводились для цилиндрической КТ с потенциалом Морса из *GaAs* со следующими материальными параметрами: $m_e^* = 0.067m_e$, $m_h^* = 0.45m_e$, $\kappa = 13.8$, $E_R = 5.275$ мэВ, $E_g = 1.43$ эВ, $a_e = 104$ Å и $a_h = 15$ Å. Для простоты все нижеприведенные расчеты сделаны для случая, когда параметры цилиндрической КТ для электрона и дырки рассматриваются равными, т. е. $\beta_e = \beta_h \equiv \beta$ и $A_e = A_h \equiv A$.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости энергетического спектра электрона в цилиндрической КТ с потенциалом Морса от ширины β и глубины A . Как видно из рисунков, с уменьшением ширины потенциальной ямы полная энергия \mathcal{E} увеличивается, что является следствием увеличения вклада размерного квантования в энергию системы. Противопо-

ложная картина наблюдается для зависимостей энергетических уровней от глубины потенциальной ямы. На обоих рисунках пунктирные линии соответствуют наличию однородного магнитного поля, а сплошные линии – отсутствию магнитного поля. Очевидно, что энергия частицы при наличии магнитного поля располагается выше, чем энергия при отсутствии поля, так как магнитное квантование вносит добавочный вклад в полную энергию частицы.

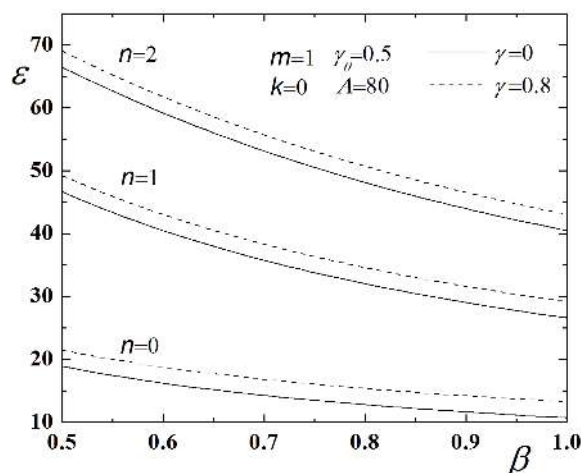


Рис. 1. Зависимости энергетических уровней от ширины потенциальной ямы при фиксированном значении глубины.

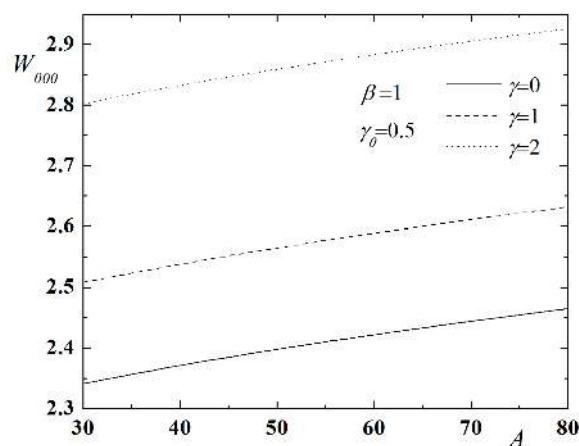


Рис. 2. Зависимости энергетических уровней от глубины потенциальной ямы при фиксированном значении ширины.

Вышесказанное явным образом иллюстрирует рис. 3, где приведена зависимость энергетического спектра от магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса. Как уже отметили, увеличение магнитного поля приводит к росту энергетических уровней.

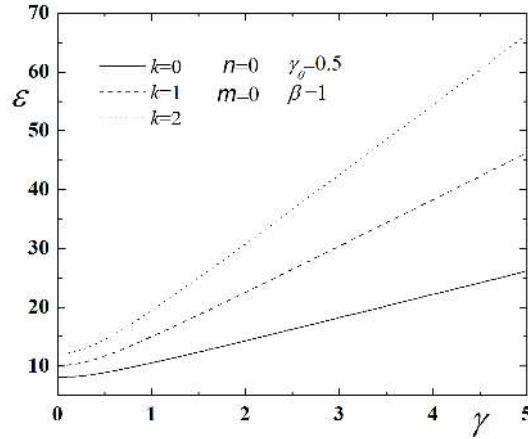


Рис. 3. Зависимости энергии электрона от величины магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса.

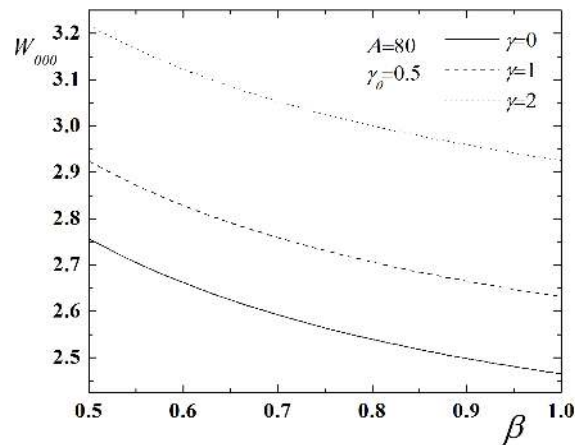


Рис. 4. Зависимости порога поглощения от ширины потенциальной ямы при фиксированных значениях глубины и величины магнитного поля.

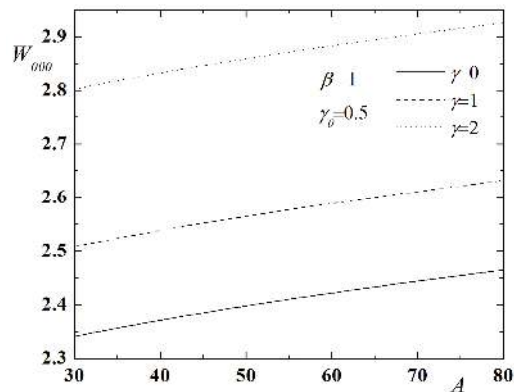


Рис. 5. Зависимости порога поглощения от глубины потенциальной ямы при фиксированных значениях ширины и величины магнитного поля.

Наконец на рис. 4 и 5 представлены зависимости порога поглощения от ширины и глубины потенциал Морса, соответственно. С уменьшением ширины потенциальной ямы край поглощения увеличивается. Противоположная ситуация наблюдается для зависимостей края поглощения от глубины потенциальной ямы. Резюмируя вышесказанное, отметим, что уменьшение ширины потенциальной ямы приводит к “синему” смещению, а уменьшение глубины потенциальной ямы – “красному” смещению пороговых частот.

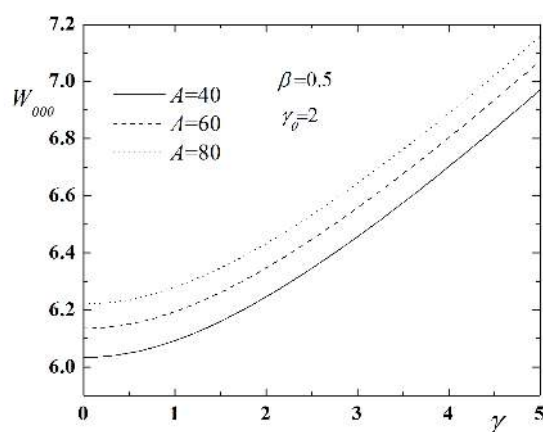


Рис. 6. Зависимость края поглощения от величины магнитного поля.

На рис. 6 приведена зависимость края поглощения от магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса. В предельном случае, когда параметр γ стремится к нулю, т. е. магнитное поле исчезает, край поглощения стремится к значению случая отсутствия магнитного поля.

¹Российско-Армянский (Славянский) университет

²Государственный инженерный университет Армении

Д. Б. Айрапетян, Т. В. Котанджян

Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса

Теоретически рассмотрены электронные состояния и прямое межзонное поглощение света в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса при наличии внешнего однородного магнитного поля. Получены аналитические выражения для полной энергии волновой функции частицы. Выявлена зависимость края поглощения от ширины и глубины потенциальной ямы, а также величины магнитного поля в режиме сильного размерного квантования. Показано, что уменьшение ширины потенциальной ямы приводит к «синему» смещению пороговых частот, а уменьшение глубины потенциальной

ямы или величины магнитного поля – «красному» смещению пороговых частот. Получены правила отборов для квантовых переходов.

Դ. Բ. Հայրապետյան, Տ. Վ. Քոթանջյան

**Մագնիսական կլանումը Մորսի սահմանափակող պոտենցիալով
գլանաձև քվանտային կետում**

Տեսականորեն դիտարկվել են արտաքին համասեռ մագնիսական դաշտի առկայությամբ, Մորսի սահմանափակող պոտենցիալով, գլանաձև քվանտային կետում էլեկտրոնային վիճակները և լույսի ուղիղ միջգոտիական կլանումը: Ստացվել են վերլուծական արտահայտություններ մասնիկի էներգիական սպեկտրի և ալիքային ֆունկցիայի համար: Չափային քվանտացման ուժեղ ռեժիմի դեպքում դուրս է բերվել կլանման շեմային հաճախությունների կախվածությունը փոսի խորությունից և լայնությունից, ինչպես նաև մագնիսական դաշտի մեծությունից: Ցույց է տրվել, որ փոսի լայնության փոքրացումը բերում է սահմանային հաճախությունների «կապույտ» շեման, իսկ խորության կամ մագնիսական դաշտի փոքրացումը՝ սահմանային հաճախությունների «կարմիր» շեման: Ստացվել են քվանտային անցումների համար ջոկման կանոնները:

D. B. Hayrapetyan, T. V. Kotanjyan

**Mahnetoabsorption in a Cylindrical Quantum Dot
with Morse Confining Potential**

Electronic states and direct interband light absorption in the cylindrical quantum dot with Morse confining potential have been theoretically investigated. Analytical expressions for the energy and wave function of particle have been obtained. Dependence of the absorption edge on the width and dept of the potential and magnetic field well in the regime of strong sized quantization have been revealed. It has been demonstrated that the reduction of the width of potential well leads to the “blue” shift of threshold frequencies and the reduction of the depth of potential well or magnetic field leads to the “red” shift of threshold frequency. Selection rules for quantum transitions have been obtained.

Լիտերատուրա

1. *Harrison P.* Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational physics. NY. John Wiley & Sons ltd. 2005.
2. *Ղազարյան Է. Մ., Պետրոսյան Ս.Պ.* Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները, ՌՀՀ հրատարակչություն, Երևան, 2005:
3. *Atoyan M. S., Kazaryan E. M., Sarkisyan H. A.* - Physica E. 2004. V. 22. Issue 4. P. 860-866.
4. *Xia Congxin, Zeng, Zaiping, We Shuyi.* - Journal of Applied Physics. 2010. V. 107. Issue 1. P. 014305-014305-5.
5. *Atayan A. K., Kazaryan E. M., Meliksetyan A. V., Sarkisyan, H. A.* - Journal of Contemporary Physics. 2010. V. 45. Issue 3. P. 126-131.
6. *Hayrapetyan D. B., Kazaryan E. M., H. Kh.* - Physica E. 2012. V. 46. P. 274-278.
7. *Gharaati A., Khorda R.* - Superlattices and Microstructures. V. 48. 2010. Issue 3. P. 276-287.
8. *Флюгге З.* Задачи по квантовой механике. Т. 2. М. Мир. 1974. 315 с.

9. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М. Наука. 1979. 832 с.
10. *Ансельм И.А.* Введение в теорию полупроводников. М. Наука. 1978. 618 с.