

УДК 539.3

М. В. Белубекян, С. Р. Мартиросян

**Об одной задаче динамической устойчивости  
прямоугольной пластинки в сверхзвуковом потоке газа**

(Представлено академиком С. А. Амбарцумяном 28/ IV 2014)

**Ключевые слова:** *устойчивость упругой прямоугольной пластинки, сосредоточенная инерционная масса, сосредоточенный инерционный момент поворота, сверхзвуковое обтекание.*

**Введение.** Как известно [1–3], для обеспечения безопасности полета на современном этапе развития околозвуковой и сверхзвуковой авиации и ракетотехники при проектировании и конструировании любого летательного аппарата неизбежно возникает вопрос об упругой устойчивости панелей их обшивки и хвостового оперения, представляющих собой плоские пластинки или пологие оболочки. Поэтому рассмотрение задач устойчивости тонких упругих пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, в которых поведение пластинки жёстко связано с воздействием обтекающего её сверхзвукового потока газа, имеет важное прикладное и теоретическое значение. Теоретические исследования этих задач позволяют выявить различные виды потери устойчивости, обусловленные характером деформаций: статическую (дивергентную) и динамическую (флаттерную) неустойчивости. Деформации, возникающие при флаттере, более опасны для конструкции, так как быстро приводят к потере прочности и развитию усталостных трещин [1, с.175]. Изучению данного вопроса посвящено огромное количество работ, всеобщий обзор которых содержится, в частности, в монографии [2].

В предлагаемой работе исследуется устойчивость состояния невозмущённого равновесия тонкой упругой прямоугольной пластинки, обтекаемой с одной стороны сверхзвуковым потоком газа, направленным от шарнирно закреплённого края к свободному краю параллельно остальным двум шарнирно закреплённым краям, в предположении, что вдоль свободного края пластинки приложены сосредоточенные инерционные массы и моменты поворота. Получена зависимость, связывающая характеристики собственных колебаний пластинки со скоростью обтекающего её потока газа, позволяющая делать некоторые выводы об устойчивости состояния невозмущённого равновесия пластинки. С помощью аналитических и численных методов анализа показано, что состояние невозмущённого равно-

весия прямоугольной пластинки и полубесконечной пластины-полосы устойчиво, в отличие от состояния невозмущённого равновесия обтекаемой удлинённой пластинки, которое при определенных значениях скорости потока газа теряет динамическую устойчивость: имеет место явление флаттера. Найдены критические скорости флаттера. Показана существенная зависимость критической скорости флаттера от отношения коэффициентов, характеризующих, соответственно, сосредоточенные инерционные моменты поворота и массы, приложенные вдоль свободного края удлинённой пластинки.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается прямоугольная тонкая упругая пластинка, которая в декартовой системе координат  $Oxyz$  занимает область  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ ,  $-h \leq z \leq h$ . Декартова система координат  $Oxyz$  выбирается так, что оси  $Ox$  и  $Oy$  лежат в плоскости невозмущённой пластинки, а ось  $Oz$  перпендикулярна пластинке и направлена в сторону сверхзвукового потока газа, обтекающего пластинку с одной стороны в направлении оси  $Ox$  с невозмущённой скоростью  $V$ . При этом предполагается, что течение газа является плоским и потенциальным, и пластинка не подвержена действию усилий в срединной плоскости.

Пусть кромки  $x=0$ ,  $y=0$  и  $y=b$  шарнирно закреплены. Будем считать, что шарниры идеальны. Край  $x=a$  пластинки, вдоль которого приложены одновременно инерционные массы  $m_c$  и моменты поворота  $I_c$ , свободен [3 (с. 27, 101), 4].

Под влиянием каких-либо причин невозмущённое состояние равновесия пластинки может быть нарушено, и пластинка начнет совершать возмущённое движение с прогибом  $w = (x, y, t)$ . Прогиб  $w$  вызовет избыточное давление  $\Delta p$  на верхнюю обтекаемую поверхность пластинки со стороны обтекающего потока газа, которое учитывается приближённой формулой «поршневой теории» [5, 6]:  $\Delta p = -a_0 \rho_0 V \frac{\partial w}{\partial x}$ ,  $a_0$  – скорость звука в невозмущённой газовой среде,  $\rho_0$  – плотность невозмущённого потока газа. Будем полагать, что прогибы  $w$  малы относительно толщины пластинки  $2h$ .

Выясним условия, при которых возможна потеря устойчивости состояния невозмущённого равновесия пластинки, когда изгиб пластинки обусловлен соответствующими аэродинамическими нагрузками  $\Delta p$  и приложенными вдоль свободного края пластинки  $x=0$  сосредоточенными инерционными массами  $m_c$  и моментами поворота  $I_c$ . При этом влиянием распределённой массы пластинки и сил сопротивления можно пренебречь согласно примечанию 1.

Малые изгибные колебания точек срединной поверхности прямоугольной пластинки около невозмущённой формы равновесия, в предположении справедливости гипотезы Кирхгофа и «поршневой теории» [5, 6], описываются следующим дифференциальным уравнением [3 (с. 245)]:

$$D\Delta^2 w + a_0 \rho_0 V \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad (1.1)$$

где  $\Delta^2 w = \Delta(\Delta w)$ ,  $\Delta w$  – оператор Лапласа;  $D$  – цилиндрическая жесткость.

Граничные условия в принятых предположениях относительно способа закрепления кромок пластинки имеют вид [3, 4]

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad x = 0;$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -D^{-1} I_c \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = D^{-1} m_c \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad x = a; \quad (1.2)$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad y = 0 \text{ и } y = b, \quad (1.3)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Требуется найти наименьшие значения скорости потока газа – критическую скорость  $V_{cr}$ , приводящую к неустойчивости состояния невозмущённого равновесия пластинки. Иными словами, требуется определить значения параметра  $V$ , при которых возможны нетривиальные решения дифференциального уравнения (1.1), удовлетворяющие граничным условиям (1.2), (1.3).

**Примечание 1.** Методы исследования неконсервативных задач упругой устойчивости могут быть разбиты на две группы [1, 3]. К первой группе принадлежат методы, основанные на непосредственном анализе дифференциальных уравнений, описывающих движение упругого тела – «точные методы». К другой группе относятся приближённые методы, суть которых сводится к замене упругого тела некоторой эквивалентной системой с конечным числом степеней свободы с последующим анализом этой эквивалентной системы [3 (с. 27, 101)]. В данной работе с целью получения возможности аналитического исследования в рассматриваемой задаче устойчивости распределённая масса пластинки условно заменена сосредоточенными инерционными массами и моментами поворота, приложенными вдоль свободного края пластинки [3 (с. 101), 4]. Такая замена вовсе не приводит к искажению динамической картины явления, быть может, с точностью до численных значений критических скоростей потока газа: значения критических скоростей являются несколько завышенными.

2. Для нахождения решения поставленной задачи устойчивости пластинки (1.1) – (1.3) сведём её к задаче на собственные значения  $\lambda$  для обыкновенного дифференциального уравнения. Общее решение уравнения (1.1), удовлетворяющее граничным условиям (1.2), (1.3), будем искать в виде гармонических колебаний

$$w(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(\mu_n p x) \cdot \sin(\mu_n y) \cdot \exp(\lambda t), \quad \mu_n = \pi n b^{-1}, \quad (2.1)$$

$C_n$  – произвольные постоянные;  $n$  – число полуволн вдоль стороны пластинки  $b$ .

Подставляя выражение (2.1) в дифференциальное уравнение (1.1), получаем характеристическое уравнение

$$(p^2 - 1)^2 + \alpha_n^3 p = 0, \quad \alpha_n^3 = a_0 \rho_0 V D^{-1} \mu_n^{-3}, \quad \mu_n = \pi n b^{-1}, \quad \alpha_n^3 > 0, \quad (2.2)$$

которое, очевидно, имеет два отрицательных действительных корня  $p_1 < 0$ ,  $p_2 < 0$  и пару комплексно-сопряжённых корней  $p_{3,4} = \alpha \pm i\beta$  с положительной вещественной частью  $\alpha > 0$ . Следовательно, общее решение уравнения (1.1) в соответствии с выражением (2.1) запишется в виде суммы

$$w(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^4 C_{nk} \exp(\mu_n p_k x) \cdot \sin(\mu_n y) \cdot \exp(\lambda t), \quad \mu_n = \pi n b^{-1}, \quad (2.3)$$

$C_{nk}$  – произвольные постоянные;  $p_k$  – корни уравнения (2.2), определяемые следующими выражениями [7]:

$$p_{1,2} = -\frac{\sqrt{2(q+1)}}{2} \pm \sqrt{\sqrt{q^2-1} - \frac{q-1}{2}}, \quad p_{1,2} < 0, \\ p_{3,4} = \frac{\sqrt{2(q+1)}}{2} \pm i \sqrt{\sqrt{q^2-1} + \frac{q-1}{2}}. \quad (2.4)$$

Здесь  $q$  ( $q > 1$ ) – единственный действительный корень кубического уравнения [7]

$$8 \cdot (1+q)^2 (q-1) = \alpha_n^6, \quad \alpha_n^3 = a_0 \rho_0 V D^{-1} \mu_n^{-3}, \quad \mu_n = \pi n b^{-1}. \quad (2.5)$$

Подставляя общее решение (2.3) дифференциального уравнения (1.1) в граничные условия (1.2), (1.3), получаем однородную систему алгебраических уравнений четвёртого порядка относительно произвольных постоянных  $C_{nk}$ . Приравнявая определитель этой системы к нулю, после несложных преобразований получаем дисперсионное уравнение в безразмерных переменных относительно собственного значения  $\lambda$  системы «пластинка–поток» (1.1)–(1.3) в виде следующего биквадратного уравнения:

$$\chi_n \delta_n A_0 \lambda^4 + (\chi_n A_1 + \delta_n A_2) \lambda^2 + A_3 = 0, \quad \chi_n = I_c D^{-1} b (\pi n)^{-1}, \quad \delta_n = m_c D^{-1} b^3 (\pi n)^{-3}; \quad (2.8)$$

$\chi_n$  и  $\delta_n$  – приведенные значения сосредоточенных инерционных моментов поворота  $I_c$  и масс  $m_c$  соответственно, приложенных вдоль свободного края пластинки  $x = a$ . В данной работе выражения, определяющие коэффициенты  $A_i$  уравнения (2.8), не приведены в силу их громоздкости и ограниченности размера статьи.

С помощью аналитических и численных методов исследования легко показать, что коэффициенты  $A_0 = A_0(q, n, \gamma)$ ,  $A_1 = A_1(q, n, \gamma)$ ,  $A_2 = A_2(q, n, \gamma)$ ,  $A_3 = A_3(q, n, \gamma, \nu)$  биквадратного уравнения (2.8) и его дискриминант положительны для всех значений  $q > 1$ ,  $n \geq 1$ ,  $\gamma = ab^{-1} \in (0, \infty)$ ,  $\nu \in (0, 0.5)$ . А это означает, что характеристическое уравнение (2.8) имеет две пары чисто мнимых корней, так как  $\lambda_1^2 < 0$ ,  $\lambda_2^2 < 0$ .

Следовательно, возмущённое движение системы «пластинка–поток» (1.1)–(1.3) при всех значениях «характерных» параметров  $a$ ,  $b$ ,  $n$ ,  $\nu$ ,  $I_c$ ,  $m_c$ ,  $q$  является устойчивым.

Дисперсионное уравнение, соответствующее случаю, в котором  $V = 0$  (необтекаемая пластинка), имеет вид биквадратного уравнения (2.8), коэффициенты  $A_{0i}$  которого определяются выражениями:  $A_{00} = sh(2\pi n\gamma) - 2\pi n\gamma$ ,  $A_{01} = 4ch^2(\pi n\gamma)$ ,  $A_{02} = 4sh^2(\pi n\gamma)$ ,  $A_{03} = (1-\nu) \cdot (2(1-\nu)\pi n\gamma + (3+\nu) sh(2\pi n\gamma))$ . Из очевидной положительности коэффициентов  $A_{0i}$  и дискриминанта  $\Delta_0 = (\chi_n A_{01} + \delta_n A_{02})^2 - 4\chi_n \delta_n A_{00} A_{03}$ ,  $\chi_n = I_c D^{-1} b(\pi n)^{-1}$ ,  $\delta_n = m_c D^{-1} b^3(\pi n)^{-3}$ , следует, что возмущённое движение необтекаемой прямоугольной пластинки ( $V = 0$ ), так же, как и при её обтекании сверхзвуковым потоком газа ( $V \neq 0$ ), является устойчивым при всех значениях параметров системы (1.1)–(1.3).

Рассмотрим частные случаи.

**3.1.** Пусть  $a \rightarrow \infty$ , что соответствует случаю, в котором полубесконечная пластина-полоса обтекается сверхзвуковым потоком газа. Легко показать, что в этом случае также возмущённое движение, будучи устойчивым при отсутствии обтекания ( $V = 0$ ), остается таковым и при обтекании ( $V \neq 0$ ).

В самом деле, при условии  $a \rightarrow \infty$  дисперсионное уравнение (2.8) запишется в виде

$$\chi_n \delta_n a_{01} \lambda^4 + (\chi_n a_{11} + \delta_n a_{21}) \lambda^2 + a_{31} = 0, \quad \chi_n = I_c D^{-1} b(\pi n)^{-1}, \quad \delta_n = m_c D^{-1} b^3(\pi n)^{-3}, \quad (3.1)$$

где 
$$a_{01} = 1, \quad a_{11} = \sqrt{2(q+1)}(q + \sqrt{q^2 - 1}), \quad a_{21} = \sqrt{2(q+1)},$$
$$a_{31} = 2(q+1)(q + \sqrt{q^2 - 1} - \nu) - (1-\nu)^2.$$

Характеристическое уравнение (3.1) в силу очевидной положительности его коэффициентов  $a_{i1}$  и дискриминанта  $\Delta_1 = 2(q+1) \left[ \chi_n (q + \sqrt{q^2 - 1}) - \delta_n \right]^2 + 4\chi_n \delta_n (1 + 2q\nu + \nu^2)$  при всех значениях параметров системы:  $\chi_n = I_c D^{-1} b(\pi n)^{-1} > 0$ ,  $\delta_n = m_c D^{-1} b^3(\pi n)^{-3} > 0$ ,  $q > 1$ ,  $\nu \in (0, 0.5)$  имеет две пары чисто мнимых корней. Следовательно, возмущённое движение обтекаемой полубесконечной пластины-полосы является устойчивым.

При отсутствии обтекания ( $V = 0$ ) характеристическое уравнение системы имеет вид:  $\chi_n \delta_n \lambda^4 + 2(\chi_n + \delta_n) \lambda^2 + (1-\nu)(3+\nu) = 0$ , откуда из очевидной положительности его коэффициентов и дискриминанта  $\Delta_{11} = (\chi_n - \delta_n)^2 + \chi_n \delta_n (1+\nu)^2$  следует, что возмущённое движение пластины-полосы при отсутствии обтекания также является устойчивым.

**3.2.** Рассмотрим поведение возмущённого движения удлиненной пластинки ( $b \rightarrow \infty$ ) в сверхзвуковом потоке газа.

Дисперсионное уравнение (2.8) при условии  $b \rightarrow \infty$  запишется в виде

$$\chi \delta a_{02} \lambda^4 + (\chi a_{12} + \delta a_{22}) \lambda^2 + a_{32} = 0, \quad \chi = I_c a(Dr)^{-1},$$

$$\delta = m_c a^3 (Dr^3)^{-1}, \quad r = a^3 \sqrt{a_0 \rho_0 V D^{-1}}; \quad (3.2)$$

где  $a_{02} = 1 - \exp(-2r) - 2(\exp(-0.5r) - \exp(-1.5r)) \cos(0.5\sqrt{3}r)$ ;

$$a_{12} = 1 + 2 \exp(-1.5r) \cos\left(\frac{\pi}{6} - 0.5\sqrt{3}r\right); \quad a_{32} = 1 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + 0.5\sqrt{3}r\right) \cdot \exp(-1.5r);$$

$$a_{22} = 1 + \exp(-2r) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 0.5\sqrt{3}r\right) \cdot \exp(-0.5r) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} + 0.5\sqrt{3}r\right) \cdot \exp(-1.5r).$$

Область устойчивости  $M_0$  при всех  $\chi > 0$  и  $\delta > 0$  определяется соотношениями

$$a_{02} > 0, \quad a_{12} > 0, \quad a_{22} > 0, \quad a_{32} > 0, \quad \Delta_2 > 0, \quad (3.3)$$

где  $\Delta_2 = (\chi a_{12} + \delta a_{22})^2 - 4\chi\delta a_{02}a_{32}$  – дискриминант биквадратного уравнения (3.2). При значениях параметров из области  $M_0$  уравнение (3.2) имеет две пары чисто мнимых корней  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_1, \lambda_{3,4} = \pm i\omega_2$ : обтекаемая удлиненная пластинка совершает гармонические колебания около невозмущенного равновесного состояния.

Легко показать, что коэффициенты уравнения (3.2)  $a_{i2} > 0$  при всех  $r > 0$ . Тогда в силу условий (3.3) границей области устойчивости  $M_0$  является гиперповерхность

$$\Delta_2 = (\chi a_{12} + \delta a_{22})^2 - 4\chi\delta a_{02}a_{32} = 0, \quad (3.4)$$

на которой дисперсионное уравнение (3.2) имеет пару чисто мнимых корней  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega$ .

На границе области устойчивости (3.4) при скоростях потока  $V \geq V_{cr.fl}$  возмущенное движение обтекаемой удлиненной пластинки теряет динамическую устойчивость: из области устойчивости  $M_0$  плавно переходит в область флаттерной неустойчивости  $M_1$ , определяемую соотношением  $\Delta_2 < 0$  при условиях  $a_{i2} > 0$ . Здесь  $V_{cr.fl}$  – критическая скорость флаттера, разграничивающая области  $M_0$  и  $M_1$ , которая находится по формуле  $V_{cr.fl} = r_{cr}^3 D(a_0 \rho_0 a^3)^{-1}$  в соответствии с обозначением (3.2):  $r^3 = a_0 \rho_0 a^3 V D^{-1}$ ; а  $r_{cr}$  – первый корень уравнения (3.4). Из условия  $\Delta_2 < 0$  следует, что при значениях параметров из области  $M_1$  дисперсионное уравнение (3.2) имеет две пары комплексно сопряженных корней, по крайней мере одна из которых имеет положительную вещественную часть.

Приведенная критическая скорость флаттера  $V_{cr.fl} \cdot D^{-1}(a_0 \rho_0 a^3)$  является функцией только от отношения  $k = \chi \cdot \delta^{-1}$  (или  $k = I_c (m_c a^2)^{-1}$ ) в силу соотношений (3.2) и (3.4).

Проведенные аналитические и численные исследования показали, что при значениях  $k \in [0.013, 0.078]$  и скоростях потока газа  $V \geq V_{cr.fl}$  происходит «мягкий» переход возмущенного движения обтекаемой удлиненной пластинки из области устойчивости  $M_0$  в область динамической неустойчивости  $M_1$ : гармонические колебания пластинки плавно переходят во флаттерные колебания – колебания по нарастающей амплитуде. В таблице

представлены некоторые значения приведённых критических скоростей флаттера  $V_{cr.fl} \cdot D^{-1} (a_0 \rho_0 a^3)$ , соответствующие значениям  $k \in [0.013, 0.078]$ . Критическая скорость флаттера  $V_{cr.fl}$  как функция от параметра  $k = \chi \delta^{-1} = I_c (m_c a^2)^{-1}$  (остальные параметры считаются фиксированными) достигает при  $k \approx 0.06$  наименьшего значения:  $\min V_{cr.fl} = 64.41 D (a_0 \rho_0 a^3)^{-1}$ , которое примерно в два раза меньше критической скорости флаттера, найденной в работе [3] при исследовании задачи устойчивости обтекаемой удлиненной пластинки в случае, в котором скорость сверхзвукового потока направлена от жёстко закреплённой кромки к свободной кромке параллельно бесконечным краям пластинки.

$k = I_c (m_c a^2)^{-1}$	0.013	0.02	0.04	0.06	0.078
$V_{cr.fl} \cdot (a_0 \rho_0 a^3) D^{-1}$	215.45	104.23	74.09	64.41	85.18

Дисперсионное уравнение (3.2), соответствующее условию  $r=0$  ( $V=0$ ), описывается соотношением  $\chi \delta \lambda^4 + 3(\chi + \delta) \lambda^2 = 0$ , откуда следует, что оно имеет два чисто мнимых корня  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega$  и нулевой корень  $\lambda_0 = 0$  кратности 2. Это означает, что при скорости потока газа  $V = V_{cr.div} = 0$  ( $V_{cr.div}$  – критическая скорость дивергенции) невозмущённая форма равновесия необтекаемой удлиненной пластинки является статически неустойчивой, а устойчивой является искривлённая форма равновесия (изогнутая пластинка), около которой необтекаемая удлиненная пластинка совершает гармонические колебания. При скоростях потока газа  $V > V_{cr.fl} = 0$ , т.е. при обтекании возмущённое движение удлиненной пластинки становится статически устойчивым: пластинка совершает гармонические колебания около невозмущённой формы равновесия.

Заметим, что в случае, когда скорость потока газа направлена от свободного края пластинки к шарнирно закреплённому краю, картина поведения возмущённого движения системы «пластинка–поток» в смысле потери устойчивости иная, более сложная [7]. В работе [7] с помощью аналитических методов анализа в пространстве «характерных» параметров задачи выделены области, в которых возмущённое движение пластинки теряет как статическую, так и динамическую устойчивость: имеет место дивергенция, либо локализованная дивергенция в окрестности свободного края пластинки, либо флаттер пластинки. При этом критическая скорость дивергенции зависит от коэффициента Пуассона и от относительной длины и ширины пластинки и не зависит от сосредоточенных инерционных моментов поворота и масс, приложенных вдоль свободного края пластинки. В случае, когда ширина пластинки превосходит ее длину более чем в два раза, наблюдается только лишь явление локализованной дивергентной неустойчивости в окрестности свободного края пластинки, аналогичное явлению локализованной дивергенции, возникающей при обтекании по-

лубесконечной пластины–полосы сверхзвуковым потоком газа, набегающим на её свободный край. А в случае, когда отношение ширины пластинки к её длине примерно порядка одной тысячной и меньше, поведение прямоугольной пластинки в сверхзвуковом потоке газа аналогично поведению обтекаемой удлиненной пластинки: имеют место явления дивергенции и флаттера, которые при изменении скорости потока газа либо чередуются, либо флаттер возникает в зоне дивергентной неустойчивости. Потеря устойчивости возмущенного движения пластинки наиболее ярко проявляется при умеренных значениях отношения ширины пластинки к её длине, при которых имеет место как дивергентная, так и флаттерная неустойчивости: зоны дивергентной и флаттерной неустойчивости либо чередуются, либо флаттерная неустойчивость возникает в зоне дивергентной неустойчивости [7]. При этом наименьшее значение критической скорости флаттера больше значения  $\min V_{cr.fl} = 64.41D(a_0\rho_0a^3)^{-1}$ , найденного в настоящей работе.

**4. Основные результаты.** С помощью аналитических и численных методов исследования исходной задачи устойчивости (1.1)-(1.3) получены следующие результаты.

Показано, что возмущенное движение обтекаемой сверхзвуковым потоком газа прямоугольной пластинки и полубесконечной пластины-полосы не теряет устойчивости, в отличие от удлиненной пластинки, которая при отсутствии обтекания, будучи статически неустойчивой, при обтекании становится статически устойчивой. Найдены критические скорости флаттера, при превышении которых возмущенное движение обтекаемой удлиненной пластинки теряет динамическую устойчивость: удлиненная пластинка совершает флаттерные колебания около невозмущенной формы равновесия.

Институт механики НАН РА

**М. В. Белубекян, С. Р. Мартиросян**

**Об одной задаче динамической устойчивости прямоугольной пластинки в сверхзвуковом потоке газа**

Рассмотрена задача устойчивости прямоугольной пластины в сверхзвуковом потоке газа, направляемом от шарнирно закрепленного края к противоположному свободному краю параллельно двум другим шарнирно закрепленным краям. Показано, что возмущенное движение прямоугольной пластины устойчиво.

**M. V. Belubekyan, S. R. Martirosyan**

**On the Problem of the Stability of an Elastic Rectangular Plate in the Supersonic Gas Flow**

The problem of the stability of an elastic rectangular plate is investigated in a supersonic flow of gas, directed from the hinged fixed edge to the opposite free edge,



parallel to the other two hinged fixed edges. It is shown that the perturbed motion of the rectangular plate is stable.

**Մ. Վ. Բելուբեկյան, Ս. Ռ. Մարտիրոսյան**

**Գերձայնային զազի հոսքում ուղղանկյուն սալի կայունության մի խնդրի մասին**

Դիտարկված է գերձայնային զազի հոսքում ուղղանկյուն սալի կայունության մի խնդիր: Հոսքը ուղղված է հողակապորեն ամրակցված եզրից դեպի հակադիր ազատ եզրը՝ զուգահեռ մյուս երկու հողակապորեն ամրակցված եզրերին: Ցույց է տրված, որ ուղղանկյուն սալի խոտորված շարժումը կայուն է:

**Литература**

1. *Вольмир А. С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М. Наука. 1972. 432 с.
2. *Алгазин С. Д., Кийко И. А.* Флаттер пластин и оболочек. М. Наука. 2006. 247 с.
3. *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М. Наука. 1961. 329 с.
4. *Ржаницын А. Р.* – Изв. АН АрмССР. Механика. 1985. Т.38. № 5. С. 33–44.
5. *Ильюшин А. А.* – ПММ. 1956. Т. 20. № 6. С. 733–755.
6. *Ashley H., Zartarian G.* – J. Aeronaut. Sci. 1956. Vol. 23. N12. P. 1109–1118.
7. *Белубемян М.В., Мартиросян С. Р.* – Изв. НАН Армении. Механика. 2014. Т. 67(2). С. 8-28.