

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Ս. Ի. Ալվաճյան, Լ. Մ. Մարգարյան,
член-корреспондент НАН РА С. Օ. Саркисян

Статическая и динамическая устойчивость
микрополярных ортотропных упругих тонких стержней

(Представлено 2/ X 2012)

Ключевые слова: микрополярный, ортотропный, упругий, тонкий стержень, устойчивость, статическая, динамическая.

Введение. Проблемы устойчивости тонких стержней, пластин и оболочек достаточно полно изучены по классической теории упругости ([1-3] и др.). [4-8] построены общие математические модели статического и динамического деформирования микрополярных упругих тонких стержней, пластин и оболочек. На основе этих моделей решены конкретные задачи определения напряженно-деформированных состояний, свободных и вынужденных колебаний для указанных тонких тел и выявлены специфические особенности деформирования и колебания микрополярных материалов. В [9] впервые поставлены и изучены задачи статической и динамической устойчивости микрополярных изотропных упругих центрально сжатых тонких стержней. В данной работе изучены задачи статической и динамической устойчивости микрополярных ортотропных упругих центрально сжатых тонких стержней.

1. Статическая устойчивость микрополярных ортотропных упругих центрально сжатых тонких стержней. Рассмотрим шарнирно опертый микрополярный ортотропный стержень длиной a , высотой $2h$ и шириной 1 , сжатой осевой силой P . До нагружения ось стержня считается строгой прямой, а линия действия силы совпадает с осью стержня. Это означает, что возможна прямолинейная форма равновесия стержня, которую принимаем за исходную. Отметим, что в таком идеальном осевом сжатом состоянии стержень необходимо рассматривать по классической теории упругости, пренебрегая моментными свойствами микрополярного материала. Найдем условия существования форм равновесия стержня с искрив-

ленной осью, бесконечно близких к исходной прямолинейной форме равновесия. Для этого используем модель плоской изгибной деформации микрополярного упругого ортотропного стержня [4,7,8]. Согласно этой модели кинематика изгибной деформации осуществляется по обобщенной на микрополярный случай гипотезе Тимошенко:

$$V_2 = w(x_1), \quad V_1 = x_2\psi(x_1), \quad \omega_3 = \Omega_3(x_1), \quad (1.1)$$

где w – прогиб оси стержня; V_1 – перемещения вдоль оси стержня; Ω_3 – свободный поворот точек стержня; x_1 – координата вдоль оси стержня; x_2 – координата в перпендикулярном к оси стержня направлении. Кроме кинематической гипотезы для задачи изгиба микрополярных стержней в работах [4,7,8] принимаются также некоторые специальные статические гипотезы.

Применяя метод Эйлера определения критических усилий к решению задачи устойчивости микрополярного ортотропного упругого тонкого стержня и, рассматривая равновесие элемента стержня в отклоненном состоянии, получим:

уравнения равновесия:

$$\frac{dN_{12}}{dx_1} = P \frac{d^2w}{dx_1^2}, \quad N_{21} - \frac{dM_{11}}{dx_1} = 0, \quad \frac{dL_{13}}{dx_1} + N_{12} - N_{21} = 0. \quad (1.2)$$

соотношения упругости:

$$\begin{aligned} M_{11} &= D_{11}K_{11}, & N_{12} &= c_{77}\Gamma_{12} + c_{78}\Gamma_{21}, \\ N_{21} &= c_{78}\Gamma_{12} + c_{88}\Gamma_{21}, & L_{13} &= d_{66}k_{13}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

геометрические соотношения:

$$\Gamma_{12} = \frac{dw}{dx_1} - \Omega_3, \quad \Gamma_{21} = \psi + \Omega_3, \quad K_{11} = \frac{d\psi}{dx_1}, \quad k_{13} = \frac{d\Omega_3}{dx_1}. \quad (1.4)$$

Здесь N_{12}, N_{21} – усредненные усилия, M_{11}, L_{13} – усредненные моменты от силовых и моментных напряжений; Γ_{12}, Γ_{21} – сдвиговые деформации в соответствующих плоскостях; K_{11}, k_{13} – изгибания средней линии стержня от силовых и моментных напряжений соответственно; $D_{11}, c_{77}, c_{88}, c_{78}, d_{66}$ – жесткостные характеристики стержня:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{2h^3}{3} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}}, \quad c_{77} = 2hA_{77}, \quad c_{88} = 2hA_{88}, \\ c_{78} &= 2hA_{78}, \quad d_{66} = 2hB_{66} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь $A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_{77}, A_{78}, A_{88}, B_{66}, B_{44}$ – упругие постоянные микрополярного ортотропного материала.

Граничные условия шарнирного опирания имеют следующий вид [4, 7, 8]:

$$w \Big|_{x_1=0}^{x_1=a} = 0, \quad \frac{d\psi}{dx_1} \Big|_{x_1=0}^{x_1=a} = 0, \quad \frac{d\Omega_3}{dx_1} \Big|_{x_1=0}^{x_1=a} = 0. \quad (1.6)$$

Отметим, что в модели (1.2)-(1.5) устойчивости сжатого стержня полностью учтены поперечные сдвиговые и родственные им деформации.

Систему уравнений (1.2)-(1.5) можно привести к системе уравнений относительно перемещения w и поворотов ψ, Ω_3 :

$$\begin{cases} \left(A_{77} - \frac{P}{2h} \right) \frac{d^2 w}{dx_1^2} + A_{78} \frac{d\psi}{dx_1} + (A_{78} - A_{77}) \frac{d\Omega_3}{dx_1} = 0, \\ A_{78} \frac{dw}{dx_1} + A_{88}\psi - \frac{h^2}{3} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{d^2\psi}{dx_1^2} + (A_{88} - A_{78})\Omega_3 = 0, \\ (A_{77} - A_{78}) \frac{dw}{dx_1} + (A_{78} - A_{88})\psi - (A_{77} + A_{88} - 2A_{78})\Omega_3 + B_{66} \frac{d^2\Omega_3}{dx_1^2} = 0. \end{cases} \quad (1.7)$$

Решение системы уравнений (1.7) в случае граничных условий (1.6) будем искать в следующем виде:

$$w = w_0 \sin \frac{\pi x_1}{a}, \quad \psi = \psi_0 \cos \frac{\pi x_1}{a}, \quad \Omega_3 = \Omega_3^0 \cos \frac{\pi x_1}{a}. \quad (1.8)$$

Таблица 1

Физические параметры материала стержня: $\frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} = 5.2 \cdot 10^6 \text{ Па}$;					
$A_{77} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $A_{88} = 3.8 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $A_{78} = 0.4 \cdot 10^6 \text{ Па}$;					
$B_{66} = 300 \text{ Н}$; $A = \frac{A_{77} + A_{88} + 2A_{78}}{4} = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Па}$.					
	N	размеры стержня		Микрополярная теория ортотропных стержней: модель (1.2)-(1.6), формула (1.9)	Классическая теория ортотропных стержней типа Тимошенко, формула (1.10)
		$a, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$P_{кр}, \text{ кПа}$	$P_{кр}, \text{ кПа}$
$\delta = h/a = 1/40$	1.	0.008	0.0002	1.322	0.004
	2.	0.02	0.0005	2.405	0.011
	3.	0.05	0.00125	2.237	0.027
	4.	0.08	0.002	1.672	0.043
$\delta = h/a = 1/100$	1.	0.008	0.00008	0.529	0.00027
	2.	0.02	0.0002	0.961	0.00068
	3.	0.05	0.0005	0.89	0.00171
	4.	0.08	0.0008	0.657	0.0027

Отметим, что решение (1.8) автоматически удовлетворяет граничным условиям (1.6). Подставив (1.8) в систему (1.7) и потребовав, чтобы

полученная система имела ненулевое решение, придем к следующей формуле для критического усилия $P_{kp}^{мик}$:

$$P_{kp}^{мик} = 2h \frac{\frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{h^2}{3} \frac{\pi^2}{a^2} \left(A_{77}A_{88} - A_{78}^2 + A_{77}B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} \right) + (A_{77}A_{88} - A_{78}^2) B_{66} \frac{\pi^2}{a^2}}{\frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{h^2}{3} \frac{\pi^2}{a^2} \left(A_{77} + A_{88} - 2A_{78} + B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} \right) + A_{77}A_{88} - A_{78}^2 + A_{88}B_{66} \frac{\pi^2}{a^2}}. \quad (1.9)$$

При ортотропном материале, в случае классической теории ($A_{77} = A_{88} = A_{78} = A$) для критического усилия $P_{kp}^{кл}$ получим

$$P_{kp}^{кл} = \frac{\frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{2h^3}{3} \frac{\pi^2}{a^2}}{1 + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{2h^3}{3} \frac{\pi^2}{a^2} \frac{1}{2hA}}. \quad (1.10)$$

Численные результаты приведены в табл. 1.

На основе результатов вычислений можем сделать вывод, что если материал стержня микрополярный, положение сжатого равновесного состояния несравнимо устойчиво, чем в классическом случае.

2. Динамическая устойчивость микрополярных ортотропных упругих центрально сжатых тонких стержней. Рассмотрим динамическую устойчивость центрально сжатых микрополярных ортотропных упругих тонких стержней. Допустим, что стержню сообщены некоторые возмущения, и он совершает колебания относительно начального состояния. На основе динамического критерия устойчивости рассмотрим устойчивость начального сжатого состояния стержня, когда $P = P_0 + P_t \cos \theta t$.

Линеаризованные уравнения возмущенного движения (изгибные колебания) выражаются следующим образом (здесь будем пренебрегать членом

ном $\frac{2h^3}{3} \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$):

$$\begin{cases} \left(A_{77} - \frac{P}{2h} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + A_{78} \frac{\partial \psi}{\partial x_1} + (A_{78} - A_{77}) \frac{\partial \Omega_3}{\partial x_1} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ A_{78} \frac{\partial w}{\partial x_1} + A_{88} \psi - \frac{h^2}{3} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + (A_{88} - A_{78}) \Omega_3 = 0, \\ (A_{77} - A_{78}) \frac{\partial w}{\partial x_1} + (A_{78} - A_{88}) \psi - (A_{77} + A_{88} - 2A_{78}) \Omega_3 + B_{66} \frac{\partial^2 \Omega_3}{\partial x_1^2} = I \frac{\partial^2 \Omega_3}{\partial t^2}. \end{cases} \quad (2.1)$$

К этой системе уравнений микрополярных балок следует присоединить граничные условия (1.6). Начальные условия при $t = 0$ считаются заданными соответствующим образом.

Представим решение задачи (2.1), (1.6) в следующем виде [1]:

$$w = f_1(t) \sin \frac{\pi x_1}{a}, \quad \psi = f_2(t) \cos \frac{\pi x_1}{a}, \quad \Omega_3 = f_3(t) \cos \frac{\pi x_1}{a}. \quad (2.2)$$

Отметим, что представленное решение удовлетворяет граничным условиям шарнирного опирания (1.6). Подставив (2.2) в (2.1), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$. В этой системе введем безразмерный параметр времени

$${}^T t_k = k t, \text{ где } k = \frac{\pi}{a} \sqrt{\frac{A_{77}}{\rho}} \quad (2.3)$$

(здесь и далее верхний индекс T означает, что формулы относятся к микрополярной модели, построенной на основе обобщенных гипотез Тимошенко).

Преобразив полученную систему дифференциальных уравнений, получим

$$\begin{cases} \frac{d^2 f_1}{d t_1^2} + \left(1 - \nu \cos \left(\frac{\theta t_1}{\Omega} \right) \right) f_1 + \frac{k}{\Omega} \frac{2hA_{78}}{\pi P_3} f_2 - \frac{k}{\Omega} \frac{2h(A_{77} - A_{78})}{\pi P_3} f_3 = 0, \\ 2h \frac{\pi}{a} A_{78} f_1 + (2hA_{88} + P_3) f_2 + 2h(A_{88} - A_{78}) f_3 = 0, \\ \frac{d^2 f_3}{d t_1^2} - \frac{\pi (A_{77} - A_{78})}{a I \Omega} f_1 + \frac{A_{88} - A_{78}}{I \Omega} f_2 + \frac{B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78})}{I \Omega} f_3 = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

где введены следующие обозначения:

$${}^T P_3 = 2hA_{77}, \quad P_3 = \frac{2h^3}{3} \frac{\pi^2}{a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}}, \quad \Omega = k \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_3}}, \quad \nu = \frac{\frac{P_0}{P_3}}{1 - \frac{P_0}{P_3}}, \quad t_1 = \frac{\Omega}{k} t_k. \quad (2.5)$$

Написав систему (2.4) в матричной форме, будем иметь

$$\mathbf{E}' \frac{d^2 \mathbf{f}}{d t_1^2} + \left(\mathbf{R} - \nu \cos \left(\frac{\theta t_1}{\Omega} \right) \mathbf{S} \right) \mathbf{f} = \mathbf{0}, \quad (2.6)$$

где для матриц \mathbf{R} , \mathbf{E}' , \mathbf{S} , \mathbf{f} имеем

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{k^T 2hA_{78}}{\Omega^2 \frac{\pi^T}{a} P_{\mathcal{D}}} & \frac{k^T 2h(A_{77} - A_{78})}{\Omega^2 \frac{\pi^T}{a} P_{\mathcal{D}}} \\ 2h \frac{\pi^T}{a} A_{78} & 2hA_{88} + P_{\mathcal{D}} & 2h(A_{88} - A_{78}) \\ \frac{\pi^T}{a} \frac{A_{77} - A_{78}}{I \Omega^2} & \frac{A_{88} - A_{78}}{I \Omega^2} & \frac{B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78})}{I \Omega^2} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{E}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Решение матричного уравнения (2.6) представим в следующем виде [1]:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{a}_1 \cos \frac{\theta^T t_1}{2\Omega} + \mathbf{b}_1 \sin \frac{\theta^T t_1}{2\Omega}. \quad (2.8)$$

Подставив решение (2.8) в (2.6) и проведя некоторые преобразования, получим матричную систему относительно $\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1$. Для того, чтобы полученная система имела ненулевые решения, потребуем, чтобы определитель матрицы соответствующей системы был равен нулю. Окончательно получим

$$\left| \mathbf{R} \pm \frac{\nu^T}{2} \mathbf{S} - \mathbf{E}' \frac{\theta^2}{4\Omega^2} \right| = 0. \quad (2.9)$$

Из (2.9) получим следующую безразмерную формулу для величины $\frac{\theta^T}{2\Omega}$:

$$\frac{\theta_{1,2}^T}{2\Omega} = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\nu^T}{2} + \frac{1}{\pi^2} \frac{B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78})}{A_{77}} \frac{\rho a^2}{I} - \frac{2}{\pi^2} \right. \right. \\ \left. \left. \cdot \frac{h(A_{88} - A_{78})^2}{A_{77} \left(2hA_{88} + \frac{2h^3}{3} \frac{\pi^2}{a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \right] \right\}.$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \left. \frac{\rho a^2}{I} - \frac{2hA_{78}^2}{A_{77} \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \right) \pm \frac{1}{2} \left[\left(1 \pm \frac{\nu}{2} + \frac{1}{\pi^2} \frac{B_{66} \pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78}) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{\rho a^2}{I} - \frac{2}{\pi^2} \frac{h(A_{88} - A_{78})^2}{A_{77} \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \right) \frac{\rho a^2}{I} - \frac{2hA_{78}^2}{A_{77} \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \right] - \\
& - 4 \left(\left(1 \pm \frac{\nu}{2} \right) \frac{1}{\pi^2} \frac{B_{66} \pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78}) \right) \frac{\rho a^2}{I} - \\
& - \frac{4}{\pi^2} \frac{hA_{78} (A_{88} - A_{78})(A_{77} - A_{78})}{A_{77}^2 \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \cdot \\
& \left. \left. \left. \frac{\rho a^2}{I} - \frac{1}{\pi^2} \frac{(A_{77} - A_{78})^2}{A_{77}^2} \frac{\rho a^2}{I} - \frac{2}{\pi^2} \left(1 \pm \frac{\nu}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{h(A_{88} - A_{78})^2}{A_{77} \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \frac{\rho a^2}{I} \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{2}{\pi^2} \frac{hA_{78}^2 \left(B_{66} \frac{\pi^2}{a^2} + (A_{77} + A_{88} - 2A_{78}) \right)}{A_{77}^2 \left(2hA_{88} + \frac{2h^3 \pi^2}{3 a^2} \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} \right)} \frac{\rho a^2}{I} \right) \right] \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot \quad (2.10)
\end{aligned}$$

Сравнение полученного решения задачи динамической устойчивости шарнирно опертого микрополярного ортотропного упругого тонкого стержня по общей модели (2.1), (1.5) с соответствующим решением классической теории приведено на рис.1. Область неустойчивости 1 соответствует микрополярной модели (2.1), (1.5), а область 2 классической теории. Для физических параметров были взяты следующие значения:

$$\begin{aligned}
A_{78} &= 0.4 \cdot 10^6 \text{ Па}; & B_{66} &= 300H; & A_{77} &= 3.6 \cdot 10^6 \text{ Па}, & A_{78} &= 0.4 \cdot 10^6 \text{ Па}, \\
\frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{A_{22}} &= 5.2 \cdot 10^6 \text{ Па}; & \rho &= 1114 \text{ кг} / \text{м}^3;
\end{aligned}$$

$I = 5.31 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^4$; размеры стержня: $a = 0.2 \text{ м}$; $h = 0.005 \text{ м}$.

Как видно из рис.1, если материал стержня микрополярный (график 1), тогда по сравнению с классическим случаем (график 2), при общих равных условиях, область главного параметрического резонанса, во-первых, передвигается в область высоких частот и, во-вторых, сужается.

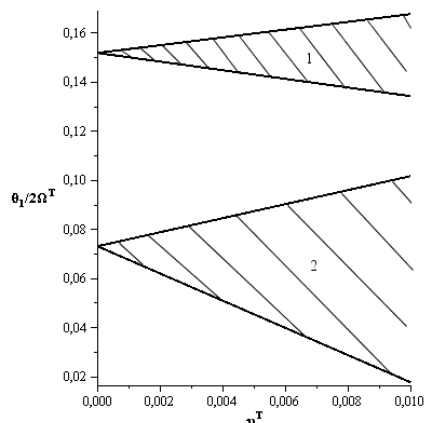


Рис.1. Области динамической неустойчивости по микрополярной модели (график 1) и по классической модели (график 2) стержня.

Гюмрийский государственный педагогический институт им. М. Налбандяна

Ш. И. Алваджян, Л. М. Маргарян,
член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян

Статическая и динамическая устойчивость микрополярных ортотропных упругих тонких стержней

Изучены задачи статической и динамической устойчивости микрополярных ортотропных упругих центрально сжатых тонких стержней. Решена статическая задача устойчивости, когда тонкий стержень шарнирно оперт. Показано, что в случае микрополярного материала стержень более устойчив, чем в случае классического материала (т.е. в случае микрополярного материала критическая нагрузка получается намного больше, чем в случае классического материала). Также решена соответствующая динамическая задача устойчивости и показано, что в случае микрополярной теории область главного параметрического резонанса передвигается в область высоких частот и сужается по сравнению с классической теорией.

**Շ. Ի. Ալվաջյան, Լ. Մ. Մարգարյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Հ. Մարգարյան**

**Միկրոպոլյար օրթոտրոպ առաձգական բարակ ձողերի ստատիկ
և դինամիկ կայունությունը**

Քննարկված են առանցքային սեղմված միկրոպոլյար օրթոտրոպ առաձգական բարակ ձողերի ստատիկ և դինամիկ կայունության խնդիրները: Լուծված է ստատիկ կայունության խնդիրը, երբ բարակ ձողը հողակապորեն հենված է և ցույց է տրվում, որ միկրոպոլյար նյութի դեպքում ձողն առավել կայուն է, քան դասական նյութի դեպքում (այսինքն՝ միկրոպոլյար նյութի դեպքում կրիտիկական ուժը շատ անգամ մեծ է, քան դասական նյութի դեպքում): Լուծված է նաև համապատասխան դինամիկ կայունության խնդիրը և ցույց է տրված, որ միկրոպոլյար տեսության դեպքում պարամետրական ռեզոնանսի գլխավոր տիրույթը տեղափոխվում է բարձր հաճախականությունների տիրույթ և ավելի նեղանում է՝ համեմատած դասական տեսության հետ:

**Sh. I. Alvajyan, L. M. Margaryan,
corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan**

**Static and Dynamic Stability of Micropolar Orthotropic
Elastic Thin Bars**

Static and dynamic stability of centrally compressed micropolar orthotropic elastic thin bars is studied. Static problem of stability, when the thin bar is supported, is solved. It is shown that in case of the micropolar material the bar is much more stable than in case of the classical material (i.e. in case of the micropolar material the critical load is bigger than in case of the classical material). The corresponding dynamic problem of stability is also solved and it is shown that in case of the micropolar theory the main domain of parametric resonance moves at high frequencies and is narrowed compared with the classical theory.

Литература

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. М. Наука. 1967. 984 с.
2. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. М. ГИИТЛ. 1956. 600 с.
3. *Алфутов Н. А.* Основы расчета на устойчивость упругих систем. М. Машиностроение. 1978. 320 с.
4. *Sargsyan S. H.* - Journal of Materials Science and Engineering. 2012. V. 2. N1. P.98-108.
5. *Տարկսյան Շ. Օ.* - Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. Вып. 2. С. 148-156.
6. *Տարկսյան Շ. Օ.* - Физическая мезомеханика. 2011. Т.14. N1. С. 55-66.
7. *Ալվաջյան Շ. Ի., Տարկսյան Շ. Օ.* – Изв. НАН Армении. Механика. 2011. Т. 64. N 4. С. 39-62.
8. *Մարգարյան Լ. Մ., Տարկսյան Շ. Օ.* - Изв. НАН Армении. Механика. 2012. Т. 65. N 1. С. 17-28.
9. *Տարկսյան Շ. Օ.* - В кн.: Сборник трудов междунар. науч. конф. “Актуальные проблемы прочности”. 2-5 октября 2012 г. Ч. 1. Витебск, Беларусь. Витебск. Изд. ВГТУ. С. 126-128.