

## ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

Академик Л. А. Агаловян, Р. С. Геворкян, Л. Г. Гулغازян

### К определению напряженно-деформированных состояний литосферных плит Земли на основе данных GPS систем

(Представлено 24/I 2012)

**Ключевые слова:** литосферная плита, упругость, трехмерная неклассическая задача, слоистость, GPS системы.

**1. Введение.** Современная наука связывает истинную причину возникновения сильных землетрясений с тектоникой литосферных плит Земли ( $\approx 95\%$  землетрясений) [1,2]. Известно, что планета Земля (радиус  $R_{\text{зем.}} = 6378$  км) слоиста, неоднородна и состоит из земной коры, верхней и нижней мантий, внешнего и внутреннего ядер, что установлено на основании сейсмических, геологических и других исследований. Как правило, отличительной чертой различия этих слоев являются существенно разные скорости распространения в них продольных ( $V_p$ ) и поперечных (сдвиговых) волн ( $V_s$ ). Мощность (толщина) земной коры на континентах изменяется от 20 до 70 км, в океанах от 5 до 15 км. Земная кора отделяется от верхней мантии поверхностью раздела Мохоровичича (Мохо), т.е. сейсмической границей, на которой скорость продольных упругих волн  $V_p$  скачкообразно возрастает до значений более 8 км/с, тогда как в земной коре она меняется в пределах ( $2.0 \leq V_p \leq 7.4$  км/с). С этой точки зрения земная кора также считается слоистой; эти слои: осадочный ( $2.0 \leq V_p \leq 5.0$  км/с,  $h_1 = 10 \div 25$  км), гранитный ( $5.5 \leq V_p \leq 6.0$  км/с,  $h_2 = 30 \div 40$  км) и базальтовый ( $6.5 \leq V_p \leq 7.4$  км/с,  $h_3 = 15 \div 20$  км);  $h_i$  – толщины слоев. Средняя плотность земной коры  $\rho = 2.7 \div 3.0$  г/см<sup>3</sup>.

В пределах верхней мантии на глубине 100÷250 км существует слой (астеносфера), более подвижный и пластичный по отношению к выше- и нижележащим слоям. Там скорость поперечных волн существенно понижается, а скорость  $V_p$  с глубиной не возрастает ( $V_p \approx \text{const}$ ,  $V_s \approx 0$ ), что свидетельствует о более низкой плотности вещества этого слоя по сравнению со смежными слоями, т.е. имеется жидкообразная несжимаемая среда, позволяющая выдерживать большие давления. На глубине 700-900

км верхняя мантия опирается на нижнюю мантию, где скорость продольных волн резко увеличивается ( $V_p=13.2\div 13.7$  км/с). На глубине 2900 км снова повторяется та же качественная картина – нижняя мантия опирается на внешнее ядро земли, где уже  $V_p=8.1\div 8.5$  км/с,  $V_s\approx 0$ . Начиная с глубины 5100 км внешнее ядро опирается на внутреннее ядро, и снова с резким увеличением скорости продольных волн и плотности ( $V_p\approx 10.2\div 11$  км/с,  $\rho\approx 5.61$  г/см<sup>3</sup>).

Земная кора и часть верхней мантии до границы с астеносферой составляет литосферу. Литосфера разбита на несколько больших кусков, которые называются плитами. Размеры плит в плане меняются от сотни до нескольких тысяч км. Наиболее крупными литосферными плитами Земли являются: Евразийская, Антарктидская, Индо-Австралийская, Африканская, Южно-Американская, Северо-Американская, Тихоокеанская, Филиппинская, Наска, Анатолийская, Аравийская и др.

подавляющее большинство землетрясений сгруппировано в относительно узких зонах (сейсмические зоны), сейсмическая и тектоническая активности в которых приписываются в основном взаимодействиям примыкающих друг к другу литосферных плит, которые подвержены относительным перемещениям вдоль своих контактирующих поверхностей. Выделяют два основных типа современных тектонических движений: медленные (вековые) и быстрые (скачкообразные), связанные с землетрясениями.

В основе сейсмической активности лежит процесс накопления в литосферных плитах деформаций, которые при достижении критического значения  $10^{-4}$ , а по данным Рикитакэ  $4.7\times 10^{-5}$ , приводят к глобальному разрушению, и основная часть накопленной огромной потенциальной энергии выделяется в виде объемных  $P$  (продольных или первичных – primary) и  $S$  (сдвиговых или вторичных – secondary) волн, которые распространяются со скоростью  $V_p$  и  $V_s$ , а также поверхностных волн:

$$V_p = \sqrt{\frac{(1-\nu) E}{(1+\nu)(1-2\nu) \rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}, \quad (1)$$

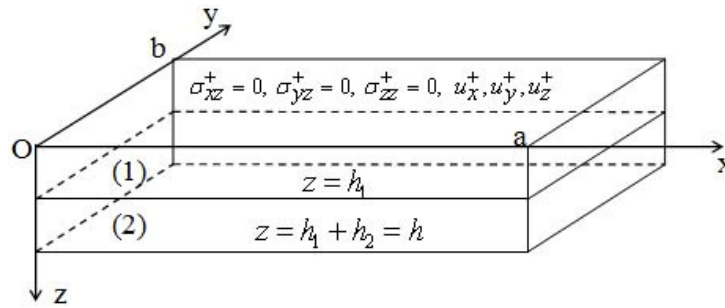
где  $E, G$  – осредненные для земной коры модули Юнга и сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Всегда  $V_p > V_s$ , а при  $\nu = 0.25$   $V_p = \sqrt{3} V_s \approx 1.73 V_s$ . Имея временные данные достижения  $P$  и  $S$  волн до трех сейсмостанций, не лежащих в одной плоскости, с большой точностью можно определить эпицентр землетрясения.

Из вышеизложенного следует важность определения напряженно-деформированных состояний литосферных плит Земли и мониторинг его изменения во времени. Ныне имеется возможность для успешного решения этой проблемы на основе измерительных данных достаточно густой сети существующих сейсмостанций и спутниковых GPS систем, которые, в частности, измеряют значения перемещений точек поверхности литосферных плит. Однако соответствующая трехмерная краевая задача теории упругости является неклассической, ибо условия (их шесть) заданы только на лицевой поверхности пластины или слоистого пакета из пластин

– соответствующие три компоненты тензора напряжений равны нулю, но известны значения перемещений точек этой поверхности – как данные сейсмостанций и GPS систем. Сформулированная трехмерная неклассическая краевая задача для однослойной пластинки асимптотическим методом решена в [3]. Показано, что когда перемещения лицевой поверхности описываются многочленами, решение становится математически точным.

В данной работе решена сформулированная задача для двухслойного пакета из пластин, указан путь нахождения решения для слоистого пакета из  $n$  слоев.

**2. Основные уравнения и постановка краевой задачи.** Рассмотрим двухслойный пакет из ортотропных пластин, занимающий область  $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq h = h_1 + h_2, \ell = \min(a, b), h \ll \ell\}$ , где  $h_1, h_2$  – толщины пластин (рисунок).



Требуется найти решение системы уравнений и соотношений трехмерной задачи теории упругости с учетом объемных сил и температурного поля по модели Дюгамеля–Неймана, при граничных условиях при  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{jz}(x, y, 0, t) &= 0, \quad j = x, y, z, \\ u_j(x, y, 0, t) &= u_j^+(x, y, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где время  $t$  входит как параметр, и условиях полного контакта между слоями при  $z = h_1$ :

$$z = h_1 : \sigma_{jz}^{(1)} = \sigma_{jz}^{(2)}, \quad u_j^{(1)} = u_j^{(2)}, \quad j = x, y, z \dots \quad (3)$$

Условия на боковых поверхностях  $x = 0, a; y = 0, b$  не будем конкретизировать, для данного класса неклассических краевых задач ими обусловлен пограничный слой [3, 4].

**3. Общее асимптотическое решение задачи.** Чтобы решить поставленную краевую задачу, в вышеуказанных уравнениях и соотношениях трехмерной задачи перейдем к безразмерным переменным и безразмерным перемещениям по формулам

$$\begin{aligned} \xi = x/\ell, \quad \eta = y/\ell, \quad \zeta = z/h = \varepsilon^{-1}z/\ell, \quad u = u_x/\ell, \\ v = u_y/\ell, \quad w = u_z/\ell, \quad \varepsilon = h/\ell. \end{aligned} \quad (4)$$

В результате получим систему

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \sigma_{xx}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial \zeta} + F_x^{(k)} = 0, \quad (x, y; \xi, \eta), \quad k = 1, 2, \\
& \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial \zeta} + F_z^{(k)} = 0, \\
& \frac{\partial u^{(k)}}{\partial \xi} = e_1^{(k)} + \alpha_{11}^{(k)} \theta^{(k)}, \quad \frac{\partial v^{(k)}}{\partial \eta} = e_2^{(k)} + \alpha_{22}^{(k)} \theta^{(k)}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial \zeta} = e_3^{(k)} + \alpha_{33}^{(k)} \theta^{(k)}, \\
& \varepsilon^{-1} \frac{\partial v^{(k)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial \eta} = a_{44}^{(k)} \sigma_{yz}^{(k)}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial \xi} = a_{55}^{(k)} \sigma_{xz}^{(k)}, \quad \frac{\partial v^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u^{(k)}}{\partial \eta} = a_{66}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k)}, \quad (5) \\
& e_m^{(k)} = a_{1m}^{(k)} \sigma_{xx}^{(k)} + a_{2m}^{(k)} \sigma_{yy}^{(k)} + a_{3m}^{(k)} \sigma_{zz}^{(k)}, \quad m = 1, 2, 3.
\end{aligned}$$

Индекс “ $k$ ” означает номер слоя,  $F_j^{(k)}$  – компоненты объемной силы, в качестве которой может выступить, например, вес,  $\theta^{(k)}$  – изменение температурного поля, которое считается известным. Система (5) сингулярно возмущена малым параметром  $\varepsilon$ , ее решение складывается из решений внутренней задачи ( $I^{\text{int}}$ ) и пограничного слоя ( $I_b$ ). Решение внутренней задачи ищется в виде

$$I_k^{\text{int}} = \varepsilon^{q_l + s} I^{(k,s)} \quad s = \overline{0, N}, \quad k = 1, 2 \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5) и приравнивания в каждом уравнении коэффициентов при одинаковых степенях  $\varepsilon$  получим непротиворечивую систему для определения коэффициентов  $I^{(k,s)}$ , если  $q_{u,v,w} = 0$ ,  $q_{\sigma_j} = -1$ .

Эта система имеет вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \sigma_{xx}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + F_x^{(k,s)} = 0, \quad (x, y; \xi, \eta), \quad k = 1, 2, \\
& \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + F_z^{(k,s)} = 0, \quad F_j^{(k,0)} = \varepsilon^2 \ell F_j, \quad F_j^{(k,s)} = 0, \quad s \neq 0, \\
& \frac{\partial u^{(k,s-1)}}{\partial \xi} = e_1^{(k,s)} + \alpha_{11}^{(k)} \theta^{(k,s)}, \quad \frac{\partial v^{(k,s-1)}}{\partial \eta} = e_2^{(k,s)} + \alpha_{22}^{(k)} \theta^{(k,s)}, \\
& \frac{\partial w^{(k,s)}}{\partial \zeta} = e_3^{(k,s)} + \alpha_{33}^{(k)} \theta^{(k,s)}, \quad \frac{\partial v^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial w^{(k,s-1)}}{\partial \eta} = a_{44}^{(k)} \sigma_{yz}^{(k,s)}, \\
& \frac{\partial u^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial w^{(k,s-1)}}{\partial \xi} = a_{55}^{(k)} \sigma_{xz}^{(k,s)}, \quad \frac{\partial v^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u^{(k,s-1)}}{\partial \zeta} = a_{66}^{(k)} \sigma_{xy}^{(k,s)}, \\
& \theta^{(k,0)} = \varepsilon \theta^{(k)}, \quad \theta^{(k,s)} = 0 \quad \text{при } s \neq 0. \quad (7)
\end{aligned}$$

Из системы (7) следуют

$$\begin{aligned}
\sigma_{jz}^{(k,s)} &= \sigma_{jz0}^{(k,s)}(\xi, \eta) + \sigma_{jz*}^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta), \quad j = x, y, z, \\
\sigma_{xx}^{(k,s)} &= -\frac{A_{23}^{(k)}}{A_{11}^{(k)}} \sigma_{zz0}^{(k,s)} - \frac{\gamma_{11}^{(k)}}{A_{11}^{(k)}} \theta^{(k,s)} + \sigma_{xx*}^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
\sigma_{yy}^{(k,s)} &= -\frac{A_{13}^{(k)}}{A_{11}^{(k)}} \sigma_{zz0}^{(k,s)} - \frac{\gamma_{22}^{(k)}}{A_{11}^{(k)}} \theta^{(k,s)} + \sigma_{yy*}^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
\sigma_{xy}^{(k,s)} &= \frac{1}{a_{66}^{(k)}} \left[ \frac{\partial v^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right], \\
u^{(k,s)} &= a_{55}^{(k)} \zeta \sigma_{xz0}^{(k,s)} + u_0^{(k,s)}(\xi, \eta) + u_*^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
v^{(k,s)} &= a_{44}^{(k)} \zeta \sigma_{yz0}^{(k,s)} + v_0^{(k,s)}(\xi, \eta) + v_*^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
w^{(k,s)} &= \frac{A_{33}^{(k)}}{A_{11}^{(k)}} \zeta \sigma_{zz0}^{(k,s)} + w_0^{(k,s)}(\xi, \eta) + w_*^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta),
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
\sigma_{jz*}^{(k,s)} &= -\int_0^\zeta \left[ F_j^{(k,s)} + \frac{\partial \sigma_{jx}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{jy}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right] d\zeta, \quad j = x, y, z, \\
\sigma_{xx*}^{(k,s)} &= \frac{1}{A_{11}^{(k)}} \left[ a_{22}^{(k)} \frac{\partial u^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - a_{12}^{(k)} \frac{\partial v^{(k,s-1)}}{\partial \eta} - A_{23}^{(k)} \sigma_{zz*}^{(k,s)} \right], \\
\sigma_{yy*}^{(k,s)} &= \frac{1}{A_{11}^{(k)}} \left[ a_{11}^{(k)} \frac{\partial v^{(k,s-1)}}{\partial \eta} - a_{12}^{(k)} \frac{\partial u^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^{(k)} \sigma_{zz*}^{(k,s)} \right], \\
u_*^{(k,s)} &= \int_0^\zeta \left[ a_{55}^{(k)} \sigma_{xz*}^{(k,s)} - \frac{\partial w^{(k,s-1)}}{\partial \xi} \right] d\zeta, \quad v_*^{(k,s)} = \int_0^\zeta \left[ a_{44}^{(k)} \sigma_{yz*}^{(k,s)} - \frac{\partial w^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right] d\zeta, \\
w_*^{(k,s)} &= \int_0^\zeta \left[ a_{13}^{(k)} \sigma_{xx*}^{(k,s)} + a_{23}^{(k)} \sigma_{yy*}^{(k,s)} + a_{33}^{(k)} \sigma_{zz*}^{(k,s)} \right] d\zeta, \\
A_{11}^{(k)} &= a_{11}^{(k)} a_{22}^{(k)} - (a_{12}^{(k)})^2, \quad A_{13}^{(k)} = a_{11}^{(k)} a_{23}^{(k)} - a_{12}^{(k)} a_{13}^{(k)}, \\
A_{23}^{(k)} &= a_{22}^{(k)} a_{13}^{(k)} - a_{12}^{(k)} a_{23}^{(k)}, \quad A_{33}^{(k)} = a_{33}^{(k)} A_{11}^{(k)} - a_{13}^{(k)} A_{23}^{(k)} - a_{23}^{(k)} A_{13}^{(k)}, \\
\gamma_{11}^{(k)} &= \alpha_{11}^{(k)} a_{22}^{(k)} - a_{12}^{(k)} \alpha_{22}^{(k)}, \quad \gamma_{22}^{(k)} = \alpha_{22}^{(k)} a_{11}^{(k)} - a_{12}^{(k)} \alpha_{11}^{(k)}, \\
k &= 1, 2, \quad Q^{(k,m)} \equiv 0 \text{ при } m < 0.
\end{aligned} \tag{9}$$

Решение (6), (8) содержит двенадцать неизвестных пока функций  $\sigma_{xz0}^{(k,s)}(\xi, \eta)$ ,  $\sigma_{yz0}^{(k,s)}(\xi, \eta)$ ,  $\sigma_{zz0}^{(k,s)}(\xi, \eta)$ ,  $u_0^{(k,s)}(\xi, \eta)$ ,  $v_0^{(k,s)}(\xi, \eta)$ ,  $w_0^{(k,s)}(\xi, \eta)$ , которые однозначно определяются из шести граничных условий (2) и шести условий (3) контакта между слоями. Здесь также отметим, что время  $t$  играет в граничных условиях (2) роль параметра и характеризует состояние лицевой поверхности пакета на заданный момент  $t = t_i$ . Поскольку накопление деформаций в литосферных плитах – медленный процесс (длится обычно десятилетия), процесс практически будет квазистационарным, поэтому мы воспользовались уравнениями и соотношениями (5) статической трехмерной задачи теории упругости. Используемым методом можно решить и соответствующие динамические задачи.

Используя решение (8), (9) и удовлетворив условиям (2), (3), получим

$$\begin{aligned}
\sigma_{jz0}^{(1,s)} &= 0, \quad \sigma_{jz}^{(1,s)} = \sigma_{jz^*}^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta) \quad j = x, y, z, \\
u_0^{(1,s)} &= u^{+(s)}, \quad u^{(1,s)} = u^{+(s)} + u_*^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta), \quad (u, v, w), \\
\sigma_{jz0}^{(2,s)} &= \sigma_{jz^*}^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - \sigma_{jz^*}^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1), \quad \zeta_1 = h_1 / h, \\
\sigma_{jz}^{(2,s)} &= \sigma_{jz^*}^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) + \sigma_{jz^*}^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta) - \sigma_{jz^*}^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1), \quad j = x, y, z, \\
u_0^{(2,s)} &= u^{+(s)} + u_*^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - a_{55}^{(2)} \zeta_1 \sigma_{xz0}^{(2,s)} - u_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1), \\
u^{(2,s)} &= a_{55}^{(2)} (\zeta - \zeta_1) [\sigma_{xz^*}^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - \sigma_{xz^*}^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1)] + u^{+(s)} + \\
&\quad + u_*^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) + u_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta) - u_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1), \quad (u, v; x, y; a_{55}, a_{44}), \\
w_0^{(2,s)} &= w^{+(s)} + w_*^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - w_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - \frac{A_{33}^{(2)}}{A_{11}^{(2)}} \zeta_1 \sigma_{xz0}^{(2,s)}, \\
w^{(2,s)} &= \frac{A_2^{(2)}}{A_2^{(2)}} (\zeta - \zeta_1) \sigma_{zz0}^{(2,s)} + w^{+(s)} + w_*^{(1,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) - w_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta_1) + w_*^{(2,s)}(\xi, \eta, \zeta).
\end{aligned} \tag{10}$$

Имея решение (10), по формулам (8), (9) будут определены остальные напряжения. Таким образом условия (2), (3) оказались достаточными для определения по формулам (6), (10) внутреннего напряженно-деформированного состояния с заранее заданной асимптотической точностью. Следовательно, условиям на боковых поверхностях  $x=0, a; y=0, b$  будут соответствовать пограничные слои, соответствующие решения будут экспоненциально убывать при удалении от боковых поверхностей во внутрь пластинки [4]. Поскольку продольные размеры  $a, b$  литосферных плит достаточно большие, пограничные слои вряд ли будут представлять практический интерес. Легко убедиться также, что когда функции  $u^+, v^+, w^+$  являются многочленами от координат  $\xi, \eta$ , итерационный процесс обрывается на определенном приближении и соответствующее решение трехмерной задачи становится математически точным. Учитывая это обстоятельство, можно по данным сейсмостанций и GPS перемещения  $u^+, v^+, w^+$  лицевой поверхности литосферной плиты представить в виде многочлена, степень многочлена будет зависеть от числа точек лицевой поверхности, в которых были произведены измерения.

Пусть при  $t = t_k$  в “ $n$ ” точках лицевой поверхности известны  $u_i^{(+)}(\xi_i, \eta_i, t_k), v_i^{(+)}(\xi_i, \eta_i, t_k), w_i^{(+)}(\xi_i, \eta_i, t_k)$  как данные сейсмостанций и GPS. Тогда перемещения лицевой поверхности литосферной плиты можно представить в виде известного многочлена Лагранжа

$$u^+(\xi, \eta, t_k) = \sum_{i=1}^n u_i^{(+)}(\xi_i, \eta_i, t_k) \frac{\prod_{j=1, j \neq i}^n (\xi - \xi_j)(\eta - \eta_j)}{\prod_{j=1, j \neq i}^n (\xi_i - \xi_j)(\eta_i - \eta_j)}, \quad (u, v, w), \tag{11}$$

где  $\prod$  означает произведение.

Подставив эти значения  $u^+, v^+, w^+$  в формулы (6),(8)-(10), определим математически точное решение трехмерной задачи, а следовательно и напряженно-деформированное состояние литосферной плиты,

соответствующее времени  $t = t_k$ . Прослеживая за изменением напряженно-деформированного состояния во времени (мониторинг), можно установить наступление критического момента  $t = T_c$  и место глобального разрушения, т.е. с определенной точностью, с учетом и других сопутствующих предвестников, прогнозировать место и время возникновения землетрясения.

Безусловно, для более точного прогноза необходимо иметь более точную структуру литосферных плит, в частности, их слоистость. Полученные здесь результаты можно обобщить на слоистые пакеты из “N” пластин. Решение опять будет иметь вид (6), сохраняются граничные условия (2) и вид решения (8) уже для произвольного “k”. Условия же контакта между слоями запишутся в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{jz}^{(k)}(z = H_k) &= \sigma_{jz}^{(k+1)}(z = H_k), H_k = \sum_{i=1}^k h_i, k = 1, 2, \dots, N-1, \\ u_j^{(k)}(z = H_k) &= u_j^{(k+1)}(z = H_k), (u, v, w), j = x, y, z. \end{aligned} \quad (12)$$

Затем последовательно удовлетворяются граничные условия (2) при  $z = 0$  и условия контакта (12) и определяются все неизвестные функции интегрирования. Для слоистого пакета тоже, если  $u^+, v^+, w^+$  многочлены от  $\xi, \eta$ , итерационный процесс обрывается и получается математически точное решение во внутренней задаче.

Работа выполнена при поддержке гранта “11-2с462” Государственного комитета науки МОН РА

Институт механики НАН РА

**Академик Л. А. Агаловян, Р. С. Геворкян, Л. Г. Гулгазарян**

### **К определению напряженно-деформированных состояний литосферных плит Земли на основе данных GPS систем**

Рассмотрен вопрос определения напряженно-деформированных состояний литосферных плит на основе уравнений и соотношений трехмерной задачи теории упругости и данных сейсмостанций и GPS систем. Асимптотическим методом решена соответствующая неклассическая трехмерная задача. Данные GPS и сейсмостанций, касающиеся значений перемещений точек лицевой поверхности плиты, аппроксимированы полиномом Лагранжа и выведено соответствующее математически точное решение во внутренней задаче.

Наблюдение за поведением напряженно-деформированного состояния литосферной плиты во времени (мониторинг) создает возможность для установления места и времени возникновения критических напряженно-деформированных состояний, приводящих к глобальному разрушению, что в совокупности с анализом сопутствующих землетрясениям аномальных явлений открывает пути для прогнозирования сильных землетрясений.

**Ակադեմիկոս Լ. Ա. Աղալովյան, Ռ. Ս. Գևորգյան,  
Լ. Գ. Դուլղազարյան**

**GPS համակարգերի տվյալների հիման վրա Երկրագնդի  
լիտոսֆերային սալերի լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակների  
որոշման մասին**

Դիտարկված է լիտոսֆերային սալերի լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակների որոշման հարցը՝ հիմնվելով առաձգականության տեսության եռաչափ խնդրի հավասարումների և առնչությունների, սեյսմիկ կայանների ու GPS համակարգերի տվյալների վրա: Ասիմպտոտիկ մեթոդով լուծված է համապատասխան ոչ դասական եռաչափ խնդիրը: Լիտոսֆերային սալի դիմային մակերևույթի կետերի տեղափոխումները, ընդունելով նրանց վերաբերյալ GPS համակարգերի և սեյսմիկ կայանների տվյալները, ներկայացված են Լագրանժի բազմանդամի տեսքով, և ստացված է համապատասխան ներքին խնդրի ճշգրիտ լուծումը: Համաձայն այդ լուծման, հետևելով լիտոսֆերային սալի լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի փոփոխությանը ըստ ժամանակի (մոնիթորինգ), ստեղծվում է հնարավորություն՝ հայտնաբերելու տեղը և ժամանակը կրիտիկական լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի առաջացման համար, որը կարող է հանգեցնել գլոբալ քայքայման: Այս ամենը, գուցակցվելով երկրաշարժերն ուղեկցող անոմալ երևույթների վերլուծության հետ, ստեղծում է հնարավորություն ուժեղ երկրաշարժերի կանխագուշակման համար:

**Academician L. A. Aghalovyan, R. S. Gevorgyan,  
L. G. Ghulghazaryan**

**About Detection of Stress-Strain States of Lithospheric Plates  
of the Earth Based on GPS Systems Data**

In this paper the problem of determining stress-strain states of Lithospheric plates based on equations and relations of the three-dimensional problem of elasticity theory and data of seismic stations and GPS systems is considered. The corresponding non-classical three-dimensional problem is solved by the asymptotic method. The data from GPS systems and seismic stations on the values of displacements of points of the face surface of a plate is approximated by Lagrange polynomial, and the corresponding mathematically exact solution of the internal problem is derived.

Tracing the behavior of stress-strain state of Lithospheric plates over time (monitoring) provides an opportunity for establishing the place and time of critical stress-strain states leading to a global destruction. Together with the analysis of anomalous phenomena accompanying earthquake it opens a way for prediction strong earthquakes.



## Литература

1. *Pichon X. Le, Francheteau J., Bonnin J.* Plate tectonics. Elsevier. 1973. (К.Л. Пишон, Ж. Франито, Ж. Боннин. Тектоника плит. М. Мир. 1977. 288 с.)
2. *Kasahara K.* Earthquake Mechanics. Cambridge Univers. Press, Cambridge. 1981. (К. Касахара. Механика землетрясений. М. Мир. 1985. 264 с.)
3. *Aghalovyan L. A.* - Proceeding of A. Razmadze Mathematical Institute of Georgia. 2011. V.155. P. 3-10.
4. *Агаловян Л. А.* Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М. Наука. Физматлит. 1997. 414 с.