

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Р. М. Киракосян

Об одной уточненной теории гладких ортотропных оболочек  
переменной толщины

(Представлено академиком С.А. Амбарцумяном 27/X 2010)

**Ключевые слова:** *уточненная теория, ортотропная оболочка, переменная толщина, линейно-упругий материал*

Классической и уточненным теориям анизотропных пластин и оболочек, а также их многочисленным приложениям посвящена обширная литература ([1-13] и др.).

В настоящей статье методом представления решений в виде степенных многочленов по поперечной координате [10] строится уточненная теория гладких ортотропных оболочек переменной толщины, учитывающая влияние деформаций поперечных сдвигов. Влиянием же поперечного нормального напряжения и обжатия пренебрегается. В выражениях поперечных касательных напряжений удерживаются первые три члена, т.е. считается, что эти напряжения изменяются по толщине оболочки согласно закону квадратных парабол. С целью соблюдения корректности дифференциальных уравнений равновесия сплошной среды в выражениях основных напряжений удерживаются лишь первые два члена, обеспечивающие их линейное распределение по толщине оболочки. Это влечет за собой линейность распределения по толщине основных деформаций, а следовательно, и тангенциальных перемещений оболочки. В предлагаемой теории напряженно-деформированное состояние оболочки описывается девятью функциями, четыре из которых исключаются с помощью первых четырех условий лицевых поверхностей оболочки. Разрешающая система уравнений имеет десятый порядок. В соответствии с этим на каждом краю оболочки нужно ставить по

пять условий. Приводятся примеры наиболее часто встречающихся краевых условий.

Отметим, что без принципиальных осложнений предлагаемую теорию можно обобщить, распространив ее на случай анизотропии материала общего типа.

1. Рассмотрим гладкую оболочку, изготовленную из криволинейно-ортотропного линейно-упругого материала. Оболочку отнесем к системе криволинейных ортогональных координат  $\alpha, \beta, \gamma$ . Координатные линии  $\alpha, \beta$  совпадают с линиями главной кривизны срединной поверхности оболочки, а координатная линия  $\gamma$  в любой точке перпендикулярна линиям  $\alpha, \beta$  и составляет с ними правую систему. Координатные линии совпадают с главными направлениями анизотропии материала. Считаем, что оболочка имеет переменную толщину  $h(\alpha, \beta)$ .

Пусть на оболочку действуют поверхностные нагрузки, проекции интенсивности которых на координатные линии составляют  $X^\pm, Y^\pm, Z^\pm$ . Здесь и в дальнейшем знаками "+" и "-" будем отмечать величины, относящиеся к лицевым поверхностям оболочки  $z = +h/2$  и  $-h/2$  соответственно.

Считаем, что кроме поверхностных сил действует еще и объемная сила произвольного характера с проекциями  $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma$ .

Попытаемся построить теорию, способную учитывать влияние поперечных сдвигов на напряженно-деформированное состояние оболочки. При этом влияниями нормального напряжения  $\sigma_\gamma$  и деформации  $e_\gamma$  будем пренебрегать. Деформации оболочки будем считать настолько малыми, чтобы можно было ограничиться геометрически линейной постановкой.

Воспользуемся методом представления решений в виде степенных многочленов по поперечной координате  $\gamma$ . Имея в виду дифференциальные уравнения равновесия сплошной среды [2], написанные в принятой системе криволинейных координат, заключаем, что для соблюдения одинакового порядка в многочленах основных напряжений  $\sigma_\alpha, \tau_{\alpha\beta}, \sigma_\beta$  следует удерживать по одному члену меньше, чем в многочленах касательных напряжений  $\tau_{\alpha\gamma}, \tau_{\beta\gamma}$ . Очевидно, что для построения самой простой теории в многочленах основных напряжений необходимо удерживать лишь первые два члена, т.е. принимать для этих напряжений линейные законы распределения по толщине оболочки. Это влечет за собой линейность распределения по толщине основных деформаций  $e_\alpha, e_{\alpha\beta}, e_\beta$ , а следовательно, и тангенциальных перемещений  $u_\alpha, u_\beta$ . Тогда на основе вышесказанного в многочленах напряжений  $\tau_{\alpha\gamma}, \tau_{\beta\gamma}$  следует удерживать по три члена. Итак, в качестве основной гипотезы примем:

$$\tau_{\alpha\gamma} = \varphi_1 + \gamma\varphi_2 + \gamma^2\varphi_3, \quad \tau_{\beta\gamma} = \psi_1 + \gamma\psi_2 + \gamma^2\psi_3. \quad (1.1)$$

Здесь  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  – искомые функции только координат  $\alpha, \beta$ .

Нетрудно заметить, что для соблюдения корректности дифференциальных уравнений равновесия сплошной среды следует для распределения объемной силы по толщине оболочки принимать линейную аппроксимацию.

С учетом (1.1) геометрически линейных соотношений [2] и обобщенного закона Гука ортотропного тела имеем

$$\begin{aligned} (1 + k_1\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \frac{u_\alpha}{1 + k_1\gamma} \right) + \frac{1}{A(1 + k_1\gamma)} \frac{\partial w}{\partial \alpha} &= a_{55}(\varphi_1 + \gamma\varphi_2 + \gamma^2\varphi_3), \\ (1 + k_2\gamma) \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \frac{u_\beta}{1 + k_2\gamma} \right) + \frac{1}{B(1 + k_2\gamma)} \frac{\partial w}{\partial \beta} &= a_{44}(\psi_1 + \gamma\psi_2 + \gamma^2\psi_3). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Считая, что

$$\frac{1}{1 + k_1\gamma} \approx 1 - k_1\gamma, \quad \frac{1}{1 + k_2\gamma} \approx 1 - k_2\gamma. \quad (1.3)$$

и интегрируя (1.2) по  $\gamma$ , после сохранения только линейных членов, получим

$$\begin{aligned} u_\alpha &= (1 + k_1\gamma)u - \gamma \left( \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - a_{55}\varphi_1 \right), \\ u_\beta &= (1 + k_2\gamma)v - \gamma \left( \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - a_{44}\phi_1 \right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $u, v$  – тангенциальные перемещения,  $k_1, k_2$  – кривизны,  $A, B$  – коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности,  $a_{44}, a_{55}$  – упругие постоянные материала оболочки. Считается, что прогиб  $w$  по толщине оболочки не меняется.

Подставляя (1.4) в геометрические соотношения и оставляя только линейные по  $\gamma$  члены, для основных деформаций оболочки получим

$$e_\alpha = \varepsilon_1 + \gamma \varkappa_1, \quad e_\beta = \varepsilon_2 + \gamma \varkappa_2, \quad e_{\alpha\beta} = \omega + \gamma \tau. \quad (1.5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + k_1 w, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + k_2 w, \\ \omega &= \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{v}{B} \right), \\ \varkappa_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{AB^2} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \frac{1}{A} \frac{\partial k_1}{\partial \alpha} u + \\ &+ \frac{1}{B} \frac{\partial k_1}{\partial \beta} v - k_1^2 w + \frac{1}{AB} \left( Ba_{55} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha} + a_{44} \psi_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} \right), \\ \varkappa_2 &= -\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) - \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial k_2}{\partial \beta} v + \\ &+ \frac{1}{A} \frac{\partial k_2}{\partial \alpha} u - k_2^2 w + \frac{1}{AB} \left( Aa_{44} \frac{\partial \psi_1}{\partial \beta} + a_{55} \varphi_1 \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right), \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \tau = & -\frac{2}{AB} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \\ & + (k_1 - k_2) \left[ \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{u}{A} \right) - \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{v}{B} \right) \right] + \frac{1}{AB} \left[ a_{55} \left( A \frac{\partial \varphi_1}{\partial \beta} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \varphi_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) + a_{44} \left( B \frac{\partial \psi_1}{\partial \alpha} - \psi_1 \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \right]. \end{aligned}$$

Для основных напряжений имеем [2]

$$\sigma_\alpha = B_{11}e_\alpha + B_{12}e_\beta, \quad \sigma_\beta = B_{22}e_\beta + B_{12}e_\alpha, \quad \tau_{\alpha\beta} = B_{66}e_{\alpha\beta}. \quad (1.7)$$

Величины  $B_{ij}$  по известным формулам выражаются через упругие постоянные материала  $a_{ij}$ .

Следуя [2], для усилий и моментов оболочки получим

$$\begin{aligned} T_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + k_2(D_{11}\varkappa_1 + D_{12}\varkappa_2), \\ T_2 &= C_{22}\varepsilon_2 + C_{12}\varepsilon_1 + k_1(D_{22}\varkappa_2 + D_{12}\varkappa_1), \\ S_1 &= C_{66}\omega + k_2 D_{66}\tau, \\ S_2 &= C_{66}\omega + k_1 D_{66}\tau, \\ N_1 &= \frac{h}{12} [12\varphi_1 + h^2(\varphi_3 + k_2\varphi_2)], \\ N_2 &= \frac{h}{12} [12\psi_1 + h^2(\psi_3 + k_1\psi_2)], \\ M_1 &= D_{11}\varkappa_1 + D_{12}\varkappa_2 + k_2(D_{11}\varepsilon_1 + D_{12}\varepsilon_2), \\ M_2 &= D_{22}\varkappa_2 + D_{12}\varkappa_1 + k_1(D_{22}\varepsilon_2 + D_{12}\varepsilon_1), \\ H_1 &= D_{66}(\tau + k_2\omega), \quad H_2 = D_{66}(\tau + k_1\omega). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь

$$C_{ij} = B_{ij}h, \quad D_{ij} = B_{ij} \frac{h^3}{12}. \quad (1.9)$$

Поверхностные условия оболочки имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha^\pm l^\pm + \tau_{\alpha\beta}^\pm m^\pm + \tau_{\alpha\gamma}^\pm n^\pm &= X^\pm, \\ \tau_{\alpha\beta}^\pm l^\pm + \sigma_\beta^\pm m^\pm + \tau_{\beta\gamma}^\pm n^\pm &= Y^\pm, \\ \tau_{\alpha\gamma}^\pm l^\pm + \tau_{\beta\gamma}^\pm m^\pm + \sigma_\gamma^\pm n^\pm &= Z^\pm. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Здесь  $l^\pm, m^\pm, n^\pm$  — направляющие косинусы внешних нормалей лицевых поверхностей оболочки  $z = \pm h/2$ . Они определяются формулами [2]

$$\begin{aligned} l^\pm &= -\frac{1}{2C^\pm} \frac{1}{H_1^\pm} \frac{\partial h}{\partial \alpha}, \quad m^\pm = -\frac{1}{2C^\pm} \frac{1}{H_2^\pm} \frac{\partial h}{\partial \beta}, \\ n^+ &= \frac{1}{C^+}, \quad n^- = -\frac{1}{C^-}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где

$$C^\pm = \sqrt{\left( \frac{1}{2H_1^\pm} \frac{\partial h}{\partial \alpha} \right)^2 + \left( \frac{1}{2H_2^\pm} \frac{\partial h}{\partial \beta} \right)^2 + 1}. \quad (1.12)$$

Здесь  $H_i^\pm$  – коэффициенты Ламе

$$H_1^\pm = A \left( 1 \pm \frac{h}{2} k_1 \right), \quad H_2^\pm = B \left( 1 \pm \frac{h}{2} k_2 \right). \quad (1.13)$$

Из шести поверхностных условий (1.10) последние два понадобятся для определения напряжения  $\sigma_\gamma$ , влиянием которого пренебрегаем. Из первых четырех условий можно функции  $\varphi_2, \varphi_3, \psi_2, \psi_3$  выразить через  $u, v, w, \varphi_1, \psi_1$ . Эти выражения с учетом (1.7), (1.10) и (1.11) принимают вид:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{1}{h}(C^+X^+ + C^-X^-) + \frac{1}{2Ah} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_1} \left[ B_{11} \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_2 + \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_1} \left[ B_{11} \left( \varepsilon_1 - \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_2 - \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) \right] \right\} \frac{\partial h}{\partial \alpha} + \\ &\quad + \frac{B_{66}}{2Bh} \left[ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_2} \left( \omega + \frac{h}{2}\tau \right) + \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_2} \left( \omega - \frac{h}{2}\tau \right) \right] \frac{\partial h}{\partial \beta}, \\ \varphi_3 &= \frac{2}{h^2}(C^+X^+ - C^-X^-) - \frac{4\varphi_1}{h^2} + \frac{1}{Ah^2} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_1} \times \left[ B_{11} \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + B_{12} \left( \varepsilon_2 + \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) \right] - \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_1} \left[ B_{11} \left( \varepsilon_1 - \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_2 - \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) \right] \right\} \frac{\partial h}{\partial \alpha} + \quad (1.14) \\ &\quad + \frac{B_{66}}{Bh^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_2} \left( \omega + \frac{h}{2}\tau \right) - \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_2} \left( \omega - \frac{h}{2}\tau \right) \right] \frac{\partial h}{\partial \beta}, \\ \psi_2 &= \frac{1}{h}(C^+Y^+ + C^-Y^-) + \frac{1}{2Bh} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_2} \left[ B_{22} \left( \varepsilon_2 + \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_2} \left[ B_{22} \left( \varepsilon_2 - \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_1 - \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) \right] \right\} \frac{\partial h}{\partial \beta} + \\ &\quad + \frac{B_{66}}{2Ah} \left[ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_1} \left( \omega + \frac{h}{2}\tau \right) + \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_1} \left( \omega - \frac{h}{2}\tau \right) \right] \frac{\partial h}{\partial \alpha}, \\ \psi_3 &= \frac{2}{h^2}(C^+Y^+ - C^-Y^-) - \frac{4\psi_1}{h^2} + \frac{1}{Bh^2} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_2} \left[ B_{22} \left( \varepsilon_2 + \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_1 + \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_2} \left[ B_{22} \left( \varepsilon_2 - \frac{h}{2}\varkappa_2 \right) + B_{12} \left( \varepsilon_1 - \frac{h}{2}\varkappa_1 \right) \right] \right\} \frac{\partial h}{\partial \beta} + \\ &\quad + \frac{B_{66}}{Ah^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{h}{2}k_1} \left( \omega + \frac{h}{2}\tau \right) - \frac{1}{1 - \frac{h}{2}k_1} \left( \omega - \frac{h}{2}\tau \right) \right] \frac{\partial h}{\partial \alpha}. \end{aligned}$$

Уравнения равновесия дифференциального элемента срединной поверхности оболочки не отличаются от своих классических аналогов и имеют вид [2]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \alpha}(BT_1) - \frac{\partial B}{\partial \alpha}T_2 + \frac{\partial}{\partial \beta}(AS_2) + S_1\frac{\partial A}{\partial \beta} + ABk_1N_1 &= -ABX, \\
\frac{\partial}{\partial \beta}(AT_2) - T_1\frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha}(BS_1) + S_2\frac{\partial B}{\partial \alpha} + ABk_2N_2 &= -ABY, \\
-(k_1T_1 + k_2T_2) + \frac{1}{AB} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha}(BN_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(AN_2) \right] &= -Z, \\
\frac{\partial}{\partial \alpha}(BM_1) + \frac{\partial}{\partial \beta}(AH_2) + \frac{\partial A}{\partial \beta}H_1 - M_2\frac{\partial B}{\partial \alpha} &= ABN_1, \\
\frac{\partial}{\partial \beta}(AM_2) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(BH_1) + H_2\frac{\partial B}{\partial \alpha} - M_1\frac{\partial A}{\partial \beta} &= ABN_2.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Для грузовых членов имеем [2]

$$\begin{aligned}
X &= \left(1 + \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 + \frac{h}{2}k_2\right) X^+ + \left(1 - \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 - \frac{h}{2}k_2\right) X^- + \frac{1}{AB} \int_{-h/2}^{h/2} H_1H_2P_\alpha d\gamma, \\
Y &= \left(1 + \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 + \frac{h}{2}k_2\right) Y^+ + \left(1 - \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 - \frac{h}{2}k_2\right) Y^- + \frac{1}{AB} \int_{-h/2}^{h/2} H_1H_2P_\beta d\gamma, \\
Z &= \left(1 + \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 + \frac{h}{2}k_2\right) Z^+ + \left(1 - \frac{h}{2}k_1\right) \left(1 - \frac{h}{2}k_2\right) Z^- + \frac{1}{AB} \int_{-h/2}^{h/2} H_1H_2P_\gamma d\gamma.
\end{aligned} \tag{1.16}$$

В силу выражений (1.14) определение напряженно-деформированного состояния ортотропных оболочек переменной толщины при учете влияния поперечных сдвигов сводится к решению системы пяти дифференциальных уравнений (1.15) относительно пяти функций  $u, v, w, \varphi_1, \psi_1$ .

2. К разрешающей системе (1.15) следует присоединить краевые условия оболочки. Так как эта система имеет десятый порядок, то на каждом краю оболочки надо ставить по пять условий. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся краевые условия для края  $\alpha = \text{const}$ :

а) свободный край:

$$T_1 = 0, \quad M_1 = 0, \quad N_1 = 0, \quad S_1 = 0, \quad H_1 = 0; \tag{2.1}$$

б) шарнирно опертый край:

$$T_1 = 0, \quad M_1 = 0, \quad S_1 = 0, \quad H_1 = 0, \quad w = 0; \tag{2.2}$$

в) защемленный край:

$$\begin{aligned}
u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \\
\frac{\partial w}{\partial \alpha} - Aa_{55}\varphi_1 = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \beta} - Ba_{44}\psi_1 = 0.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Заметим, что условия защемления можно удовлетворить в любой точке сечения.

Аналогичным образом можно написать условия и для края  $\beta = \text{const}$ .

Кроме отмеченных условий возможны еще и другие условия.

3. В случае оболочек постоянной толщины из (1.11) с учетом (1.12) имеем

$$l^{\pm} = m^{\pm} = 0, \quad n^{+} = -n^{-} = 1. \quad (3.1)$$

Соответствующим образом упрощаются выражения функций  $\varphi_2, \varphi_3, \psi_2, \psi_3$  и принимают вид

$$\varphi_2 = \frac{X^{+} + X^{-}}{h}, \quad \varphi_3 = \frac{2(X^{+} - X^{-})}{h^2} - \frac{4\varphi_1}{h^2}, \quad \psi_2 = \frac{Y^{+} + Y^{-}}{h}, \quad \psi_3 = \frac{2(Y^{+} - Y^{-})}{h^2} - \frac{4\psi_1}{h^2}. \quad (3.2)$$

Тогда для поперечных касательных напряжений получаются выражения

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha\gamma} &= \left(1 - \frac{4\gamma^2}{h^2}\right) \varphi_1 + \frac{\gamma}{h}(X^{+} + X^{-}) + \frac{2\gamma^2}{h^2}(X^{+} - X^{-}), \\ \tau_{\beta\gamma} &= \left(1 - \frac{4\gamma^2}{h^2}\right) \psi_1 + \frac{\gamma}{h}(Y^{+} + Y^{-}) + \frac{2\gamma^2}{h^2}(Y^{+} - Y^{-}), \end{aligned} \quad (3.3)$$

которые удовлетворяют поверхностным условиям [2]

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha\gamma} \Big|_{\gamma=+\frac{h}{2}} &= X^{+}, \quad \tau_{\alpha\gamma} \Big|_{\gamma=-\frac{h}{2}} = -X^{-}, \\ \tau_{\beta\gamma} \Big|_{\gamma=+\frac{h}{2}} &= Y^{+}, \quad \tau_{\beta\gamma} \Big|_{\gamma=-\frac{h}{2}} = -Y^{-}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Учитывая отмеченные упрощения из предлагаемой теории, приходим к уточненной теории типа Рейснера [13].

Важным случаем является случай оболочек, толщина которых по координатам  $\alpha, \beta$  изменяется линейно

$$h = h_0 + h_1\alpha + h_2\beta, \quad (3.5)$$

где  $h_0, h_1$  и  $h_2$  — заданные параметры.

Направляющие косинусы лицевых поверхностей таких оболочек (1.11) принимают ненулевые постоянные значения. В отличие от случая оболочек постоянной толщины, выражения функций (1.14) сохраняют свой довольно длинный вид. Ради краткости их приводить не будем.

Выражаю глубокую благодарность академику С.А.Амбарцумяну за обсуждение настоящей статьи, за ценные советы и замечания.

Институт механики НАН РА

**Р. М. Киракосян**

**Об одной уточненной теории гладких ортотропных оболочек переменной толщины**

Методом представления решений в виде степенных многочленов строится уточненная теория гладких ортотропных оболочек переменной толщины, учитывающая влияние деформаций поперечных сдвигов.

**Ռ. Մ. Կիրակոսյան**

**Փոփոխական հասարության օրթոտրոպ ողորկ թաղանթների ճշգրտված մի  
վեսության մասին**

Լուծումներ աստիճանային բազմանդամներով ներկայացման մեթոդով կառուցվում է փոփոխական հասարության ողորկ օրթոտրոպ թաղանթների ճշգրտված վեսություն, որը հաշվի է առնում ընդլայնական սահքի դեֆորմացիաների ազդեցությունը:

**R. M. Kirakosyan**

**On a Refined Theory of Smooth Orthotrope Shells of Variable Thickness**

A refined theory of smooth orthotrope shells of variable thickness by means of presenting solutions in the form of power polynomial contract, when the influence of transversal shear deformations are taking into account.

**Литература**

1. *Агаловян Л.А.* Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М. Наука. 1997. 415 с.
2. *Амбарцумян С.А.* Общая теория анизотропных оболочек. М. Наука. 1974. 448 с.
3. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.
4. *Айнола Л.Я.* В кн.: Теория оболочек и пластин. Ереван, Изд.-во АН Арм.ССР. 1964. С. 52-57.
5. *Васильев В.В.* - Изв.РАН. МТТ. 1998. №3. С. 46-58.
6. *Векуа И.Н.* Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. М. Наука. 1982. 285 с.
7. *Гольденвейзер А.Л.* - ПММ. 1963. Т. 27. В. 4. С. 593-609.
8. *Григоренко Я.М., Василенко А.Т.* Теория оболочек переменной жесткости.



Киев. Наукова думка. 1981. 544 с.

9. *Кильчевский Н.А.* Основы аналитической механики оболочек. М. Наука. 1963. 354 с.

10. *Киракосян Р.М.* Прикладная теория ортотропных пластин переменной толщины, учитывающая влияние деформаций поперечных сдвигов. Ереван. Гитутюн. 2000. 122 с.

11. *Терегулов И.Г.* - ПММ. 1962. 26. N 2. С. 119-124.

12. *Naghdi P.M.* - Quart. Appl. Math. 1957. 15. N 1. С. 41-53.

13. *Reissner E.* - Trans. ASME. 1945. V. 67. P. A69-A77.