ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 111 2011 № 1

МАТЕМАТИКА

УДК 517.927, 517.968,517.984

А. Г. Камалян[1,2], академик А. Б. Нерсесян[2], И. Г. Хачатрян[1]

Интегральные операторы $\mathcal{L}$-свертки на полуоси

(Представлено 6/XII 2010)

Ключевые слова: *дифференциальный оператор, интегральное уравнение, оператор $\mathcal{L}$-свертки, разрешимость, фредгольмовость*

1. Введение. Анализ структуры резольвенты интегральных операторов на конечном отрезке с ядрами, удовлетворяющими определенным дифференциальным уравнениям в частных производных, показал близость свойств этих операторов к интегральным операторам с разностным ядром [1]. Осмысление этого факта привело к понятию интегральных операторов $\mathcal{L}$-свертки на всей оси (см. [2], а также [3]). В данной работе вводится и исследуется интегральный оператор $\mathcal{L}$-свертки на полуоси.

2. Дифференциальный оператор $\mathcal{L}$. Рассмотрим на $R_+ = (0, \infty)$ дифференциальную операцию ℓ порядка $m = 2n$:

$$\begin{aligned}\ell = (-1)^n \frac{d^{2n}}{dx^{2n}} + \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{d^k}{dx^k}\, p_{2k}(x)\, \frac{d^k}{dx^k} + \\ + \sum_{k=0}^{n-2} \frac{(-1)^{k+1}\, i}{2} \left\{ \frac{d^k}{dx^k}\, p_{2k+1}(x)\, \frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}} + \frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}}\, p_{2k+1}(x)\, \frac{d^k}{dx^k} \right\},\end{aligned} \tag{1}$$

где i — мнимая единица, а каждый коэффициент $p_k(x)$ $(0 \leqslant k \leqslant m-2)$ вещественная функция на R_+, удовлетворяющая условию

$$\int_0^1 x^{2n-1-k} |p_k(x)|\, dx + \int_1^\infty |p_k(x)|\, dx < \infty, \quad k = 0, 1, \dots, m-2. \tag{2}$$

Для заданной на R_+ функции y точный смысл выражения $\ell(y)$ описывается при помощи квазипроизводных $y^{[\nu]}$ ($\nu = 0, 1, \ldots, m$), определяемых по формулам

$$
\begin{aligned}
&y^{[0]} = y, \quad y^{[k]} = \frac{1}{i^k}\frac{d^k y}{dx^k}\,, \quad k = 1, 2, \ldots, n,\\
&y^{[n+1]} = \frac{1}{2}\,p_{2n-3}\,y^{[n-2]} + p_{2n-2}y^{[n-1]} + \frac{1}{i}\frac{d}{dx}\,(y^{[n]})\,,\\
&y^{[m-k]} = \frac{1}{2}\,p_{2k-1}\,y^{[k-1]} + p_{2k}y^{[k]} + \frac{1}{2}\,p_{2k+1}\,y^{[k+1]} + \frac{1}{i}\frac{d}{dx}\,(y^{[m-1-k]}), \quad k = 1, 2, \ldots, n-2\,,\\
&y^{[m]} = p_0\,y^{[0]} + \frac{1}{2}\,p_1\,y^{[1]} + \frac{1}{i}\frac{d}{dx}\,(y^{[m-1]}),
\end{aligned}
$$

где $p_{m-1} = 0$. Считается, что выражение $\ell(y)$ имеет смысл (т.е. операция ℓ применима к функции y), если все квазипроизводные $y^{[\nu]}$ ($\nu = 0, 1, \ldots, m-1$) существуют и абсолютно непрерывны на R_+ (т.е. на каждом конечном отрезке $[\alpha, \beta] \subset R_+$). При этом полагается $\ell(y) = y^{[m]}$. Если выражения $\ell(y)$, $\ell(z)$ имеют смысл, то для $x \in R_+$ обозначим $\ell^{\#}(y) = \overline{\ell(\bar{y})}$ и

$$
[y, z]_x = \sum_0^{m-1} y^{[m-1-\nu]}(x)\; z^{[\nu]}(x)\,.
$$

В пространстве $L^2(\mathrm{R}_+)$ введем операторы $\mathcal{L}'$ и $\mathcal{L}'_0$ (см. [4,5]). Область определения $\mathcal{D}'$ оператора $\mathcal{L}'$ есть множество всех функций $y \in L^2(\mathrm{R}_+)$, для которых выражение $\ell(y)$ имеет смысл и $\ell(y) \in L^2(\mathrm{R}_+)$, а оператор $\mathcal{L}'$ действует на функцию $y \in \mathcal{D}'$ по правилу $\mathcal{L}'(y) = \ell(y)$. Оператор $\mathcal{L}'_0$ есть сужение оператора $\mathcal{L}'$ на линейное многообразие $\mathcal{D}'_0 \subset \mathcal{D}'$, состоящее из всех тех функций $y \in \mathcal{D}'$, которые обращаются в нуль вне некоторого конечного отрезка $[\alpha, \beta] \subset R_+$ (своего для каждой функции). Оператор $\mathcal{L}'_0$ является симметрическим оператором и $\mathcal{L}'$ является сопряженным к $\mathcal{L}'_0$ оператором ($\mathcal{L}'_0 = \mathcal{L}'$). Обозначим через $\mathcal{L}_0$ замыкание оператора $\mathcal{L}'_0$, а через $\mathcal{D}_0 \subset \mathcal{D}'$ — область его определения. Операторы $\mathcal{L}_0$ и $\mathcal{L}'_0$ назовем соответственно максимальным и минимальным замкнутым симметрическим операторами, порожденными дифференциальной операцией ℓ.

Для любых функций $y, z \in \mathcal{D}'$ существуют пределы $[y, z]_0 = \lim_{x\to 0}[y, z]_x$, $[y, z]_\infty = \lim_{x\to\infty}[y, z]_x$, $y(0) = \lim_{x\to 0} y(x)$. Кроме того функция $y \in \mathcal{D}'$ принадлежит $\mathcal{D}_0$ тогда и только тогда, когда

$$
y^{[\nu]}(0) = \lim_{x\to 0} y^{[\nu]}(x) = 0, \quad \nu = 0, 1, \ldots, 2n-1\,.
$$

Симметрический оператор $\mathcal{L}_0$ имеет равные конечные дефектные числа и по этой причине допускает самосопряженные расширения. Как известно (см. [5]), область определения $\mathcal{D}$ всякого самосопряженного расширения $\mathcal{L}$ оператора $\mathcal{L}_0$ состоит из тех и только тех функций $y \in \mathcal{D}'$, которые удовлетворяют краевым условиям

$$[y, z_k]_0 = 0, \qquad k = 1, 2, \ldots, n\,, \tag{3}$$

где $z_k(x)$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$ — некоторые линейно независимые по модулю $\mathcal{D}_0$ функции из $\mathcal{D}'$, такие, что

$$[z_k, z_j]_0 = 0, \qquad k, j = 1, 2, \ldots, n\,. \tag{4}$$

При этом $\mathcal{L}y = \mathcal{L}'y = \ell(y)$ для $y \in \mathcal{D}$. Обратно, для любых линейно независимых по модулю $\mathcal{D}_0$ функций $z_k \in \mathcal{D}'$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, удовлетворяющих соотношениям (4), краевые условия (3) порождают область определения некоторого самосопряженного расширения оператора $\mathcal{L}_0$. В частности, такими являются краевые условия $y^{[\nu]}(0) = 0$ $(\nu = 0, 1, \ldots, n-1)$.

Пусть $\mathcal{L}$ — некоторое самосопряженное расширение оператора $\mathcal{L}_0$. Обозначим через T^+ (T^-) множество всех тех чисел $\lambda > 0$ (соответственно, $\lambda = 0$ или $\arg\lambda = \dfrac{\pi}{2n}$), для которых λ^{2n} является собственным значением оператора $\mathcal{L}$. Положим $T = T^+ \cup T^-$. Для $\lambda \in T$ кратность собственного значения λ^{2n} обозначим через r_λ, а соответствующее собственное подпространство — через H_λ. Как известно (см. [5]), $r_\lambda \leqslant n$ для $\lambda \in T^-$ и $r_\lambda \leqslant n-1$ для $\lambda \in T^+$. Рассмотрим также ортонормированную систему собственных функций $v_s(x, \lambda) = v_{\lambda,s}(x)$ $(\lambda \in T;\ s = 1, 2, \ldots, r_\lambda)$ и порожденные ими функционалы $V_{\lambda,s}$ $(\lambda \in T;\ s = 1, \ldots, r_\lambda)$, определенные равенствами:

$$V_{\lambda,s} f = \tilde{f}_s(\lambda) = \int\limits_0^\infty f(x)\overline{v_{\lambda,s}}(x)\,dx \qquad (f \in L^2(\mathrm{R})_+)\,.$$

Для каждого $\lambda \in R_+ \setminus T^+$ уравнение $\ell(y) = \lambda^{2n} y$ имеет с точностью до постоянного множителя одно нетривиальное ограниченное на R_+ решение $u(x, \lambda)$, удовлетворяющее краевым условиям (3). Функция $u(x, \lambda)$ непрерывна по обеим переменным на множестве $x > 0$, $\lambda \in (0, \infty) \setminus T^+$ и по непрерывности определяется также для значений $\lambda \in T^+$. Функция $u(x, \lambda)$ называется нормированной обобщенной собственной функцией оператора $\mathcal{L}$, сответствующей непрерывному спектру, равному $[0, \infty]$ (см. [5]).

Для каждой функции $f \in L^2(\mathrm{R}_+)$ интеграл

$$(Uf)(\lambda) = \tilde{f}(\lambda) = \int\limits_0^\infty \overline{u(x, \lambda)} f(x)\,dx, \qquad \lambda > 0,$$

сходится по норме $L^2(\mathrm{R}_+)$ и определяет частично изометрический оператор U, отображающий $L^2(\mathrm{R}_+)$ на себя, причем $\ker U$ совпадает с замыканием H

линейной оболочки всех собственных функций оператора $\mathcal{L}$, а $U\mathcal{L}U^*$ является оператором умножения на функцию λ^{2n} в $L^2(\mathrm{R}_+)$.

3. Интегральный оператор $\mathcal{K}$**.** Пусть $\mathcal{L}$ — самосопряженный оператор в $L^2(\mathrm{R}_+)$ (с областью определения $\mathcal{D}$), порожденный операцией ℓ и краевыми условиями (3).

Ниже будем предполагать, что $0 \notin T$. Последнее имеет место, например, когда

$$\int\limits_0^\infty x^{2n-1-k}|p_k(x)|\,dx < \infty\,, \qquad k = 0, 1, \ldots, 2n-2\,.$$

Функцию $K(x,t)$ $(x, t \in R_+)$ будем называть ядром $\mathcal{L}$-свертки на полуоси, если она удовлетворяет следующим условиям:

a) операция ℓ применима к $K(x,t)$ по каждой переменной и $\ell_x(K(x,t)) = \ell_t^{\#}(K(x,t))$, $x > 0$, $t > 0$;

b) $\overline{K(x,t)}$ для каждого $x > 0$ как функция от t принадлежит $\mathcal{D}$;

c) квазипроизводные по x $K_x^{[\nu]}(x,t)$ $(\nu = 0, 1, \ldots, 2n)$ функции $K(x,t)$ непрерывны по обеим переменным, а интегралы

$$\int\limits_0^\infty \left|K_x^{[\nu]}(x,t)\right|\,dt, \qquad \nu = 0, 1, \ldots, 2n$$

сходятся равномерно относительно x на каждом конечном отрезке $[\alpha, \beta] \subset R_+$;

d) выполняются соотношения

$$\lim_{x\to 0}\int\limits_0^\infty |[K(x,t), z_k(x)]_x|\,dt = 0\,, \qquad k = 1, 2, \ldots, n\,,$$

где $z_k(x)$ — функции из краевых условий (3);

e) существует такое число $M > 0$, что для всех $x > 0$

$$\int\limits_0^\infty |K(x,t)|\,dt \leqslant M\,,$$

причем для любого $\beta > 0$

$$\lim_{x\to\infty}\int\limits_0^\beta |K(x,t)|\,dt = 0\,.$$

Рассмотрим теперь интегральное преобразование $\mathcal{K}$, определяемое равенством

$$\mathcal{K}\,y)(x) = \int\limits_0^\infty K(x,t)\,y(t)\,dt\,, \qquad x > 0\,. \tag{5}$$

С учетом условий b) и e) это преобразование применимо к любой функции $y \in L^2(\mathrm{R}_+) \cup L^\infty(\mathrm{R}_+)$.

В силу условия e) преобразование $\mathcal{K}$ определяет в $L^\infty(\mathrm{R}_+)$ ограниченный линейный оператор, спектр которого обозначим через $\sigma_\infty(\mathcal{K})$.

Преобразование $\mathcal{K}$ определяет в $L^2(\mathrm{R}_+)$ линейный оператор, который может не быть ограниченным. Область определения $\mathcal{D}_\mathcal{K}$ этого оператора состоит из тех функций $y \in L^2(\mathrm{R}_+)$, для которых $\mathcal{K}y \in L^2(\mathrm{R}_+)$. Для операторов в $L^\infty(\mathrm{R}_+)$ и в $L^2(\mathrm{R}_+)$, определенных равенством (5), также будем использовать обозначение $\mathcal{K}$. Действующий в $L^2(\mathrm{R}_+)$ оператор $\mathcal{K}$ будем называть оператором $\mathcal{L}$-свертки на полуоси.

3.1. Представление ядра.

Теорема 1. *Пусть* $w_{\lambda,s} = \mathcal{K}v_{\lambda,s}$ *(*$\lambda \in T$, $s = 1, \dots, r_\lambda$*) и* $w(x,\lambda) = (\mathcal{K}\,u_\lambda)(x)$ *(*$x, \lambda \in R_+$*), где* $u_\lambda(x) = u(x,\lambda)$*. Тогда*

a) $w_{\lambda,k} = \sum\limits_{j=1}^{r_\lambda} c_{jk}(\lambda)\, v_{\lambda,j}$*, где числа* $c_{jk}(\lambda)$ *определяются из равенств* $c_{jk}(\lambda) = V_{\lambda,j}\, w_{k,\lambda}$ *(*$\lambda \in T$*;* $j,k = 1,2,\dots,r_\lambda$*). Для каждого* $\lambda \in T$ *спектр матрицы* $\Phi_\lambda = (c_{jk}(\lambda))_{j,k=1}^{r_\lambda}$ *содержится в* $\sigma_\infty(\mathcal{K})$*. В частности, если* λ^{2n} *является простым собственным значением (т.е.* $r_\lambda = 1$*), то* $c_{11}(\lambda)$ **6** $\|\mathcal{K}\|_\infty$*;*

b) $w(x,\lambda) = c(\lambda)\, u(x,\lambda)$ $(x,\lambda) \in R_+$*, где* $c(\lambda)$ *— непрерывная и ограниченная функция на* R_+*, принимающая значения на* $\sigma_\infty(\mathcal{K})$*. Кроме того,* $w(x,\lambda)$ *и* $\lambda^{2n} w(x,\lambda)$ *при каждом* $x > 0$ *как функции от* λ *принадлежат* $L^2(\mathrm{R}_+)$*. При условиях*

$$\int\limits_0^\infty |p_k(x)|\, dx < \infty, \qquad k = 0,1,\dots,2n-\lambda.$$

для функции $c(\lambda)$ *имеет место соотношение* $\lim\limits_{\lambda\to\infty} \lambda^{2n} c(\lambda) = 0$*;*

c) ядро $K(x,t)$ $\mathcal{L}$*-свертки на полуоси допускает представление*

$$K(x,t) = \int\limits_0^\infty c(\lambda)\, u(x,\lambda)\, \overline{u(t,\lambda)}\, d\lambda + \sum_{\lambda\in T} \sum_{j,k=1}^{r_\lambda} c_{jk}(\lambda)\, v_j(x,\lambda)\, \overline{v_k(t,\lambda)}. \tag{6}$$

При этом ядро $K(x,t)$ *удовлетворяет условию симметрии* $K(x,t) = \overline{K(t,x)}$ *тогда и только тогда, когда* $c_{jk}(\lambda) = \overline{c_{kj}(\lambda)}$ *(*$\lambda \in T$*;* $j,k = 1,2,\dots,r_\lambda$*) и* $c(\lambda)$ *— вещественная.*

3.2. Ограниченность. При исследовании ограниченности оператора $\mathcal{K}$ важную роль играет (см. п. 3.2 выше) множество

$$\Delta = \left\{|c_{jk}(\lambda)|\ :\ \lambda \in T;\ j,k = 1,2,\dots,r_\lambda\right\}.$$

Теорема 2. *Оператор* $\mathcal{K}$ $\mathcal{L}$*-свертки на полуоси имеет плотную в* $L^2(\mathrm{R})_+$ *область определения* $\mathcal{D}_\mathcal{K}$*, причем* $H^\perp \subset \mathcal{D}_\mathcal{K}$ *и* $H^\perp$ *является инвариантным* *подпространством для $\mathcal{K}$, а сужение оператора $\mathcal{K}$ на $H^{\perp}$ ограничено. Кроме того, оператор $\mathcal{K}$ ограничен тогда и только тогда, когда ограничено множество Δ. В частности, если число непростых собственных значений оператора $\mathcal{L}$ конечно или ядро $K(x,t)$ симметрично, то оператор $\mathcal{K}$ ограничен. В случае ограниченности оператора $\mathcal{K}$ H также является инвариантным подпространством для $\mathcal{K}$.*

3.3. Представление оператора.

Теорема 3. *Пусть $\mathcal{K}$ — интегральное преобразование (5). Тогда при каждом $x > 0$ для любой $y \in L^(\mathrm{R}_+)$ справедливо равенство*

$$(\mathcal{K}\, y)(x) = \int\limits_0^\infty c(\lambda)\tilde{y}(\lambda)\, u(x,\lambda)\, d\lambda + \sum_{x\in T}\sum_{j=1}^{r_\lambda} v_j(x,\lambda) \sum_{k=1}^{r_\lambda} c_{jk}(\lambda)\, \tilde{y}_k(\lambda).$$

Для ограниченного оператора $\mathcal{K}$ $\mathcal{L}$-свертки на полуоси справедливо равенство

$$\mathcal{K} = U^*\Lambda_c U + \sum_{\lambda\in T} \tau_\lambda^{-1}\Phi_\lambda \tau_\lambda P_\lambda,$$

где Λ_c — оператор умножения на функцию $c(\lambda)$ в пространстве $L^2(\mathrm{R}_+)$ (т.е. $(\Lambda_c y)(\lambda) = c(\lambda)\varphi(\lambda)$ для $\varphi \in L^2(\mathrm{R}_+)$, P_λ — оператор ортогонального проектирования на H_λ, а τ_λ — изометрическое отображение пространства H_λ на r_λ-мерное евклидово пространство C^{r_λ}, и определяемое равенством

$$\tau_\lambda\left(\sum_{k=1}^{r_\lambda} \eta_k\, v_k(x,\lambda)\right) = col(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{r_\lambda}).$$

4. Разрешимость интегрального уравнения. Рассмотрим интегральное уравнение $(\zeta I + \mathcal{K})f = g$, где $\mathcal{K}$ — оператор $\mathcal{L}$-свертки на полуоси, $\zeta \in \mathrm{C}$, $g \in L^2(\mathrm{R}_+)$ — заданная и $f \in L^2(\mathrm{R}_+)$ — искомая функции.

Теорема 4. *Пусть $g \in L^2(\mathrm{R}_+)$ и выполнены следующие два условия:*

1) функция $\tilde{g}(\lambda)(\zeta + c(\lambda))^{-1}$ принадлежит $L^2(\mathrm{R}_+)$,

2) для каждого $\lambda \in T$ система алгебраических уравнений

$$\zeta z_j(\lambda) + \sum_{k=1}^{r_\lambda} c_{jk}(\lambda) z_k(\lambda) = \tilde{g}_j(\lambda), \qquad j = 1, 2, \dots, r_\lambda,$$

относительно неизвестных $z_j(\lambda)$ имеет решение, причем

$$\sum_{\lambda\in T}\sum_{j=1}^{r_\lambda} |z_j(\lambda)|^2 < \infty.$$

Тогда функция

$$f(x) = \int\limits_0^\infty u(x,\,\lambda)\, \frac{\tilde{g}(\lambda)}{\zeta + c(\lambda)}\, d\lambda + \sum_{\lambda\in T}\sum_{j=1}^{r_\lambda} v_j(x,\lambda)\, z_j(\lambda), \qquad x > 0,$$

принадлежит $L^2(\mathrm{R}_+)$ и является решением уравнения $(\zeta I+\mathcal{K})f=g$. При этом в случае, когда оператор $\mathcal{K}$ ограничен, условия 1) и 2) также необходимы для разрешимости уравнения.

5. Фредгольмовость интегрального оператора. Приведем теперь условие фредгольмовости оператора $\zeta I+\mathcal{K}$ и вид его обобщенного обратного $(\zeta I+\mathcal{K})^{(-1)}$ (см. [6]). Ниже под нормой $\|\Phi\|$ матрицы Φ порядка $k\times k$ будем подразумевать норму оператора, действующего в k-мерном евклидовом пространстве и определенного этой матрицей. Единичную матрицу порядка $k\times k$ будем обозначать через E_k.

Теорема 5. *Пусть оператор $\mathcal{K}$ $\mathcal{L}$-свертки на полуоси ограничен. Тогда для фредгольмовости оператора $\zeta I+\mathcal{K}$ $(\zeta\in\mathrm{C})$ необходимо и достаточно выполнение следующих двух условий:*

1) $\inf\limits_{\lambda>0}|\zeta+c(\lambda)|>0$*,*

2) для некоторого конечного подмножества $T'\subset T$ при каждом $\lambda\in T\setminus T'$ матрица $\zeta E_{r_\lambda}+\Phi_\lambda$ обратима и

$$\sup_{\lambda\in T\setminus T'}\left\|(\zeta E_{r_\lambda}+\Phi_\lambda)^{-1}\right\|<\infty.$$

При выполнении этих условий имеют место равенства

$$\dim\left(\ker\left(\zeta I+\mathcal{K}\right)\right)=\sum_{\lambda\in T'}\dim\,\left(\ker\left(\zeta E_{r_\lambda}+\Phi_\lambda\right)\right),\qquad \operatorname{ind}\left(\zeta I+\mathcal{K}\right)=0,$$

и обобщенный обратный $(\zeta I+\mathcal{K})^{(-1)}$ определяется для $g\in L^2(\mathrm{R}_+)$ по формуле

$$\left((\zeta I+\mathcal{K})^{(-1)}\,g\right)(x)=\frac{1}{\zeta}\,g(x)-\int\limits_0^\infty R(x,t;\zeta)\,g(t)\,dt,\qquad x>0,$$

где

$$R(x,\,t;\,\zeta)=\frac{1}{\zeta}\int\limits_0^\infty\frac{c(\lambda)}{\zeta+c(\lambda)}\,u(x,\lambda)\,\overline{u(t,\lambda)}\,d\lambda+\sum_{\lambda\in T}\sum_{j,k=1}^{r_\lambda}d_{jk}(\lambda,\zeta)\,v_j(x,\lambda)\,\overline{v_k(t,\lambda)},$$
$$(d_{jk}(\lambda,\,\zeta))_{j,k=1}^{r_\lambda}=\frac{1}{\zeta}\,E_{r_\lambda}-(\zeta E_{r_\lambda}+\Phi_\lambda)^{(-1)}.$$

[1]Институт математики НАН РА

[2]Ереванский государственный университет

А. Г. Камалян, академик А. Б. Нерсесян, И. Г. Хачатрян

Интегральные операторы $\mathcal{L}$-свертки на полуоси

Рассматриваются интегральные операторы на полуоси с ядрами, удовлетворяющими определенным дифференциальным уравнениям в частных производных. Исследуются ограниченность, фредгольмовость этих операторов, а также разрешимость соответствующих уравнений.

Ա. Հ. Քամալյան, ակադեմիկոս Հ. Բ. Ներսիսյան, Ի. Գ. Խաչատրյան

$\mathcal{L}$-փաթեթային ինտեգրալային օպերատորներ կիսաառանցքի վրա

Դիտարկվում են ինտեգրալ օպերատորներ, որոնց կորիզները բավարարում են որոշ դիֆերենցիալ հավասարումների: Ուսումնասիրվում են այդ օպերատորների սահմանափակությունը եւ ֆրեդհոլմությունը, ինչպես նաեւ համապատասխան հավասարումների լուծելիությունը:

A. G. Kamalyan, academician A. B. Nersessyan, I. G. Khachatryan

$\mathcal{L}$-Convolution Type Integral Operators on Half-Line

Integral operators on half-line with kernels satisfying certain partial differential equations are considered. Boundedness and fredholmness of the operators and solvability of the coresponding integral equations are investigated.

Литература

1. *Нерсесян А.Б.* - Изв. АН АрмССР. Математика. 1982. Т. 17. N6. С. 442-463.
2. *Камалян А.Г., Хачатрян И.Г., Нерсесян А.Б.* - Изв. НАН Армении. Математика. 1994. Т. 29. N6. С. 31-81.
3. *Камалян А.Г., Нерсесян А.Б., Хачатрян И.Г.* В кн.: Третье российско-армянское совещание по матем. физике, компл. анализу и смежным вопросам. Ереван. 2010. С. 74-79.
4. *Наймарк М.А.* - Линейные дифференциальные операторы. М. Наука. 1969.
5. *Хачатрян И.Г.* - Обратная задача рассеяния для дифференциальных операторов высших порядков.Докт. дис. Ереван. 1986.
6. *Gohberg I., Krupnik N.* - One-dimensional linear singular integral operators. Vol. 53, 54 of Operator Theory: Advances and Applications, Birkhauser Verlag. 1992.