

ФИЗИКА

УДК 537.311

А. К. Атаян

Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое

(Представлено академиком Э. М. Казаряном 18/X 2009)

Ключевые слова: *магнитопоглощение, цилиндрический слой*

После экспериментальной реализации полупроводниковых кольцеобразных наноструктур [1] актуальной стала проблема всестороннего изучения физических свойств этих систем. Примечательно, что первые теоретические работы, посвященные кольцеобразным наноструктурам, где изучалась баллистическая проводимость, были связаны с металлическими системами. Одной из пионерских работ, в которой исследовались одночастичные и двухчастичные состояния в квантовых кольцах, была статья Чакраборти и Пиетилаинена [2]. В ней авторы на примере потенциала смещенного осциллятора рассматривали одно- и двухэлектронный спектры двумерной кольцеобразной системы при наличии внешнего магнитного поля. Задача решалась на основе численного метода, так как двумерный смещенный осцилляторный потенциал не является точно решаемым.

В дальнейшем авторами [3] был предложен потенциал, являющийся радиальным аналогом суперинтегрируемого потенциала Винтерница – Смодинского [4], который уже являлся точно решаемым. На основе этой модели в работе [5] рассмотрены межзонные переходы в цилиндрическом нанослое при наличии электрического поля.

Ясно, что в первом приближении слоистую структуру можно представить в виде цилиндрической слоистой квантовой точки (КТ) конечной высоты L . При этом потенциал КТ для сравнительно нижних уровней вполне можно считать непроницаемым.

В предлагаемой работе исследованы электронные состояния и межзонные переходы в КТ формы цилиндрического слоя при наличии однородного магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра (рис. 1).

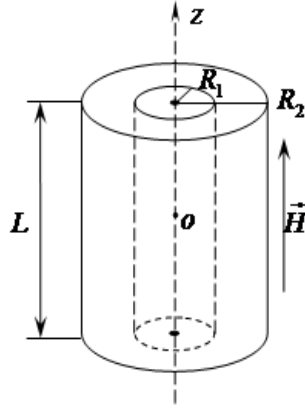


Рис. 1.

Рассмотрим слоистую цилиндрическую КТ с ограничивающим потенциалом

$$V_{conf}(\rho, z) = \begin{cases} 0, & R_1 \leq \rho \leq R_2, & -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}, \\ \infty, & \rho < R_1, \rho > R_2, & |z| > \frac{L}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Одночастичное уравнение Шредингера для данной системы при наличии однородного магнитного поля, направленного вдоль оси слоя, будет иметь вид

$$\frac{1}{2\mu} \left(\hat{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + V_{conf}(\vec{r})\psi = E\psi. \quad (2)$$

Выбирая калибровку

$$\vec{A} = \left\{ A_\rho = A_z = 0, A_\varphi = \frac{H\rho}{2} \right\}, \quad (3)$$

придем к уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \psi - \frac{i\hbar e H}{2\mu c} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{\mu \omega_H^2 \rho^2}{8} \psi + V(\rho, z)\psi = E\psi, \quad (4)$$

где $\omega_H = \frac{eH}{\mu c}$ — циклотронная частота с граничными условиями

$$\psi \left(\pm \frac{L}{2} \right) = \psi(R_1) = \psi(R_2) = 0. \quad (5)$$

Представив волновую функцию системы в виде произведения

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \sqrt{\frac{2}{L}} \left\{ \begin{array}{l} \sin \left(\frac{\pi n}{L} \right) z \\ \cos \left(\frac{\pi n}{L} \right) z \end{array} \right\} f(\rho), \quad (6)$$

где $m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$ – магнитное квантовое число, и подставляя (6) в (4), для функции $f(\rho)$ приходим к уравнению

$$\frac{\sim^2}{2\mu} \left(f'' + \frac{1}{\rho} f' - \frac{m^2}{\rho^2} f \right) + \left(E - E_n - \frac{\mu\omega_H^2 \rho^2}{8} - \frac{\sim\omega_H m}{2} \right) f = 0, \quad (7)$$

где $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \sim^2}{2\mu L^2}$.

Вводя обозначения $\beta = (E - E_n)/\sim\omega_H - m/2$, $a_H = \sqrt{\sim/\mu\omega_H}$ – магнитная длина, решение уравнения (5) можем написать в следующей форме:

$$f(\rho) = \left\{ c_1 F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) + c_2 U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) \right\} e^{-\frac{\rho^2}{2a_H^2}} \rho^{|m|}, \quad (8)$$

где $F(\alpha, \beta, x)$ и $U(\alpha, \beta, x)$ – вырожденные гипергеометрические функции соответственно первого и второго родов.

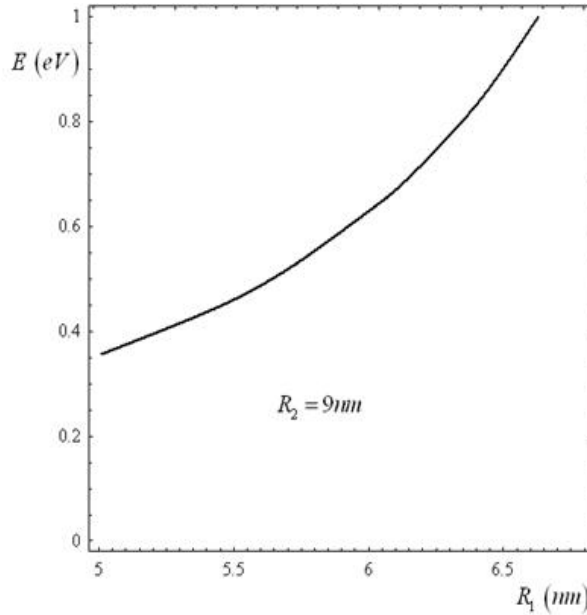


Рис. 2. Зависимость энергии электрона от внутреннего радиуса R_1 при фиксированном значении внешнего радиуса $R_2 = 9mm$.

С учетом граничных условий

$$f(R_1) = f(R_2) = 0$$

для определения энергетического спектра системы в конечном счете приходим к трансцендентному уравнению

$$\begin{vmatrix} F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_1^2}{2a_H^2} \right) & U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_1^2}{2a_H^2} \right) \\ F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_2^2}{2a_H^2} \right) & U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_2^2}{2a_H^2} \right) \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

Решая данное уравнение численно и определив β для энергетического спектра, получим

$$E = \sim\omega_H \left(\beta + \frac{m}{2} \right) + \frac{n^2 \pi^2 \sim^2}{2\mu L^2}. \quad (10)$$

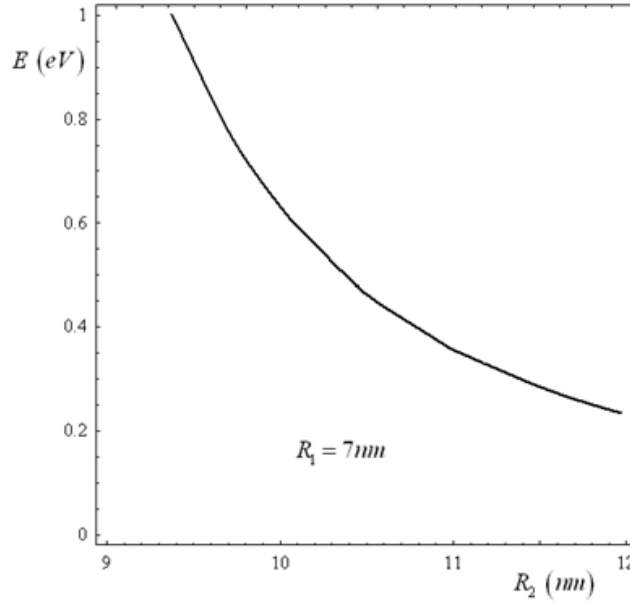


Рис. 3. Зависимость энергии электрона от внешнего радиуса R_2 при фиксированном значении внутреннего радиуса $R_1 = 7nm$.

На основе полученных результатов можно вычислить коэффициент межзонного поглощения в рассматриваемой системе. В рамках дипольного приближения данная формула имеет вид [6]

$$K(\omega) = A \sum_{v,v'} \left| \int \psi_v^e \psi_{v'}^e dV \right|^2 \delta(\sim\omega - E_g - E_v^e - E_{v'}^h), \quad (11)$$

где A — коэффициент, пропорциональный матричному элементу, построенному на блоховских амплитудах, E_g — ширина запрещенной зоны полупроводника, ω — частота падающего света, v и v' — наборы квантовых чисел электрона и дырки.

Подставив (6) и (10) в (11) и произведя интегрирование, для граничных частот поглощения и правил отбора по квантовым числам, получим

$$\left. \begin{aligned} \sim\omega_{00} &= E_g + E_0^e + E_0^h \\ m^e &= -m^h, \quad n^e = n^h \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где E_0^e и E_0^h — нижние электронные и дырочные уровни энергий соответственно.

Таким образом, в системе имеют место переходы между уровнями с одинаковыми по модулю и обратными по знаку магнитными квантовыми

числами, а также между электронными и дырочными уровнями с одинаковыми квантовыми числами вертикального (вдоль оси OZ) квантования.

Отметим важную деталь. Когда значение внутреннего радиуса стремится к нулю ($R_1 \rightarrow 0$), данная задача переходит к случаю цилиндрической КТ с радиусом $R = R_2$ при наличии магнитного поля [7]. В этом приближении для волновой функции и спектра энергии можно написать

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{C_{n_\rho, |m|}}{\sqrt{\pi L}} e^{im_\varphi} e^{-\frac{\rho^2}{4a_H^2}} \rho^{|m|} {}_1F_1 \left(-\alpha_{n_\rho+1, |m|}, |m| + 1; \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) \sin \frac{\pi n}{2} \left(\frac{z}{L/2} - 1 \right) \quad (13)$$

$$E_{n_\rho, m, n} = \sim\omega_H \left(\alpha_{n_\rho+1, |m|} - \text{sign}(e) \frac{m}{2} + \frac{|m| + 1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \sim^2 n^2}{2\mu L^2}, \quad (14)$$

где $C_{n_\rho, |m|}$ – нормировочная константа, $\alpha_{n_\rho+1, |m|}$ – нули вырожденной гипергеометрической функции первого рода ${}_1F_1$.

В свою очередь, для коэффициента поглощения и граничной частоты поглощения получаются следующие выражения:

$$K(\omega, \rho_0) = \frac{A_0}{V} \sum_{n_\rho, m, n} \delta \left(\sim\omega - E_g - \sim(\omega_H^e + \omega_H^h) \left(\alpha_{n_\rho+1, |m|} + \frac{|m| + m + 1}{2} \right) - \frac{\pi^2 \sim^2 n^2}{2L^2 \mu^{red}} \right), \quad (15)$$

$$\sim\omega_{00} = E_g + \sim(\omega_H^e + \omega_H^h) \left(\alpha_{10} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \sim^2}{2L^2 \mu^{red}} = E_g + \frac{\sim|e|H}{\mu^{red} c} \left(\alpha_{10} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \sim^2}{2L^2 \mu^{red}}, \quad (16)$$

где $\mu^{red} = \frac{\mu^e \mu^h}{\mu^e + \mu^h}$ – приведенная масса электрона и дырки.

Так как симметрия не претерпевает каких-либо изменений, правила отбора те же, что и в (12).

Зависимости граничных частот поглощения от внешнего и внутреннего радиусов цилиндрического слоя даны на рис. 2 и 3. Вычисления проведены для *GaAs* с параметрами $m_e = 0.067m_0$, $m_{hh} = 0.50m_0$. Из них следует, что при фиксировании внешнего радиуса R_2 и увеличении внутреннего радиуса R_1 граничная частота поглощения увеличивается, так как растет вклад размерного квантования. В обратном случае, когда фиксируется R_1 и увеличивается R_2 , толщина слоя увеличивается и размерное квантование ослабевает. Вследствие этого граничная частота поглощения начинает уменьшаться.

Наконец обратимся к случаю цилиндрического слоя малой толщины. В этом случае радиальное квантование можно считать значительно более сильным по сравнению с остальными и воспользоваться адиабатическим приближением, рассматривая систему в рамках модели жесткого ротатора в

магнитном поле [5]. Для данной модели угловые волновые функции останутся прежними

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{im\varphi}, \quad (17)$$

а для энергетического спектра можем записать

$$E = E_{\rho_0} + \frac{\tilde{\omega}^2}{2I_{eff}} \left(\frac{m^2}{2} - m \frac{\Omega}{\Omega_0} \right) + \frac{\pi^2 \tilde{\omega}^2 n^2}{2\mu L^2}, \quad (18)$$

где $I_{eff} = \mu((R_1 + R_2)/2)^2$ – эффективный момент инерции электрона в слое, $\Omega = \pi((R_1 + R_2)/2)^2 H$ – магнитный поток, пронизывающий цилиндрический слой, $\Omega_0 = 2\pi \tilde{\omega} c/e$ – квант магнитного потока. Примечательно, что граничная частота поглощения в этом приближении будет определяться приведенной массой электрона и дырки и имеет следующую форму:

$$\tilde{\omega}_{00} = E_g + E_{\rho_0}^e + E_{\rho_0}^h + \frac{\pi^2 \tilde{\omega}^2}{2\mu_{red} L^2}, \quad (19)$$

где опять под μ_{red} надо понимать приведенную массу электрона и дырки.

Автор выражает благодарность академику Э. М. Казаряну, профессору А. А. Саркисяну и А. В. Меликсетяну за полезные дискуссии.

Институт радиофизики и электроники НАН РА

А. К. Атаян

Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое

Теоретически исследованы электронные состояния и межзонное поглощение в квантовой точке, имеющей форму цилиндрического слоя, при наличии магнитного поля. В случае дипольных переходов определены правила отбора и пороговые частоты поглощения. Показано, что в случае квантового слоя малой толщины можно воспользоваться моделью двумерного ротатора.

Ա. Կ. Աթայան

Միջզոնային մագնիսականուճը գլանային քվանտային շերտում

Տեսականորեն հետազոտված են էլեկտրոնային վիճակները և միջզոնային կլանումը գլանային շերտի տեսք ունեցող քվանտային կետում՝ մագնիսական դաշտի առկայությամբ: Որոշված են միջզոնային դիպոլային անցումների դեպքում ջոկման կանոնները և կլանման

շեմային հաճախությունը: Ցույց է արված, որ նեղ շերտի դեպքում կարելի է կիրառել երկչափ ռոտատորի մոդելը:

A. K. Atayan

Interband Magnetoabsorption in the Cylindrical Quantum Layer

The electronic states and interband absorption in the cylindrical layer quantum dot in the presence of the magnetic field was discussed theoretically. In the case of dipole transitions the selection rules and threshold frequencies are found. It is shown, that in the case of quantum layer with small thickness the model of two-dimensional rotator is applicable.

Литература

1. *Lorke A., Luyken R. J., Govorov A. O., Kottaus J.* - Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2223-2226.
2. *Chakraborty T., Pietilainen P.* - Phys Rev. 1994. B 50. P. 8460-8468.
3. *Tan W. C., Inkson J. C.* - Semicond. Sci. Technol. 1996. V. 11. P. 1635-1641.
4. *Winternitz P., Smorodinsky Ya. A., Uhlir M., Fris I.* - Sov. J. Nucl. Phys. 1967. V. 4. P. 444-450.
5. *Atayan A. K., Kazaryan E. M., Meliksetyan A.V., Sarkisyan H. A.* - Journal of Comp. and Theor. Nanosc. 2010. V.7. N6. P.1-7.
6. *Efros Al., Efros A.* - Semiconductors. 1982. V. 16. P. 1209-1214.
7. *Atayan A. K., Kazaryan E. M., Meliksetyan A.V., Sarkisyan H. A.* - Eur. Phys. J. 2008. B 63. P. 485-492.