ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 108 2008 №2

МАТЕМАТИКА

УДК 512.57

Л. В. Акопян

Об уравнении деления круга

(Представлено академиком B.C. Захаряном 26/III 2008)

Ключевые слова: *нечисловой корень, лианиты, теория Галуа, первообразные корни*

Согласно общему определению многочлен, корнями которого являются первообразные корни из единицы некоторой степени, называется многочленом деления круга. Иначе:

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + x + 1). \tag{1}$$

Как это принято, будем рассматривать лишь случаи, когда степень уравнения (1) есть простое число, т.е. $n = 5, 7, 11, \ldots$ Особые случаи, разумеется, те, для которых степень уравнения является простым числом, которое удовлетворяет условию Ферма: $n - 1 = 2^l$, где $l = 1, 2, 3, \ldots$ Хорошо известно, что начиная уже с пятой степени попытки решения этих уравнений в радикалах встречаются с очень большими трудностями. В свое время Гаусс фактически построил частную теорию групп для нахождения первообразных корней уравнения (1) при любом простом показателе n. Главная особенность случаев, когда n является числом Ферма, заключается в том, что первообразные корни выражаются в квадратных радикалах ($n = 5, 17, 257, \ldots$). Следует, однако, отметить, что решение уравнения $x^n - 1 = 0$ методом так называемых периодов Гаусса, помимо глубоких идей и понятий теории групп, содержит одновременно и труднодоступные специфические приемы, понятные лишь алгебраистам высокого класса. Между тем, идея и основные свойства нечисловых корней алгебраических уравнений превращают эту задачу в достаточно однообразную процедуру. Предлагаемый подход нельзя считать, однако, сравнительно простой модернизацией метода

Гаусса, ибо в его основе лежит принципиально иная идея, а именно: понятие нечисловых корней алгебраических уравнений. Основная **теорема** о нечисловых корнях алгебраических уравнений над множеством коммутативных относительно сложения и дистрибутивных относительно умножения лианитов гласит: *пусть многочлены $f_1^n(x)$ и $f_2^m(x)$ имеют ровно n общих числовых корней ($m > n$) и пусть $\sigma(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с элементами x_i является основным лианитовым корнем для $f_1^n(x)$. Тогда $f_2^m(\sigma) = 0 = (0, 0, \dots, 0)$, т.е. σ есть побочный корень для $f_2^m(x)$.*

В принципе эта теорема и является общим методом для нахождения числовых корней любых алгебраических уравнений, разрешимых в радикалах. Действительно, пусть требуется решить уравнение $f^n(x) = 0$. В пределах любой наперед заданной алгебры возьмем искомый лианит $\sigma(x_1, x_2)$. Условие $f^n(\sigma) = (0, 0)$ даст систему нелинейных относительно x_1, x_2 уравнений. Решая ее, будем иметь явный вид лианита σ. Соответствующее квадратное уравнение и даст нам два числовых корня $f_1^n(x) = 0$. К сожалению, по мере возрастания степени соответствующие выкладки оказываются достаточно громоздкими, поэтому в настоящей статье мы будем пользоваться одним очень продуктивным следствием теоремы об основных лианитовых корнях алгебраических уравнений и вычислим первообразные корни $x^n - 1 = 0$ для случаев $n = 5, 7, 11, 17$. Однако небезынтересно и прямое применение основной теоремы, ибо первообразные корни выражаются через радикалы n-й степени (мы рассмотрим специально случай $n = 7$). Из теоремы Виета для числовых корней теорема о нечисловых корнях алгебраических уравнений допускает одно важное **следствие:** *пусть многочлены $f_1^m(x)$ и $f_2^l(x)$ имеют ровно $n-1$ общие числовые корни с многочленом $f_0^n(x)$ и пусть $\sigma(x_1, x_2, \dots, x_n)$ является основным лианитовым корнем для $f_0^n(x)$. Тогда у лианитов $f_1^m(\sigma)$ и $f_2^l(\sigma)$ соответствующие элементы пропорциональные, т.е. если $f_1^m(\sigma) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$; $f_2^l(\sigma) = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, то $\dfrac{y_1}{z_1} = \dfrac{y_2}{z_2} = \dots = \dfrac{y_n}{z_n}$.*

В дальнейшем, ради единости рассуждений, будем пользоваться простой алгеброй:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = (x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2), \tag{2}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = (x_1, x_2) + (y_1, y_2) = [x_1(y_1 + y_2), x_2 y_1], \quad e = (1, 0)$$

В пределах алгебры (2) любое квадратное уравнение с числовыми корнями x_{01}, x_{02} допускает лианитовое решение вида $\sigma(x_1, x_2) = \left(-p, \dfrac{q}{p}\right)$. В пределах той же алгебры вышеуказанное следствие гласит: пусть у многочленов $f^n(x)$ и $f_0(x) = x^2 + px + q$ ровно один общий числовой корень x_{02} и пусть $\sigma\left(-p, \dfrac{q}{p}\right)$ основной лианитовый корень уравнения $f_0(x) = x^2 + px + q = 0$.

Тогда существует многочлен $\varphi(p,q)$ такой, что

$$f^n(\sigma) = \left[x_{01}\varphi(p,q); \frac{q}{p}\varphi(p,q)\right], \tag{3}$$

где x_{01} несовпадающий числовой корень $f_0(x)$.

Формула (3) прямо следует из теоремы Виета для числовых корней квадратных уравнений. Именно формула (3) и служит отправной точкой для выделения первообразных корней уравнения деления круга: $x^n - 1 = 0$.

Как и договорились, прежде чем приступить к решению задачи, посредством прямого применения теоремы об основных лианитовых корнях вычислим множество первообразных корней для уравнения $x^7 - 1 = 0$ в радикалах седьмой степени. Достаточно в пределах алгебры (2) найти хоть один побочный лианитовый корень $\sigma(x_1, x_2)$ для него. Итак, элементы искомого лианита находятся из условия $\sigma^7 - 1 = \sigma^7 - (1,0) = (0,0)$. Или же

$$\begin{cases} 4x_1^4x_2^3 + 10x_1^5x_2^2 + 6x_1^6x_2 + x_1^7 - 1 = 0, \\ x_2^3 + 6x_1x_2^2 + 5x_1^2x_2 + x_1^3 = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Последовательным применением алгоритма Евклида приходим к преобразованной новой системе

$$\begin{cases} 14x_1^5x_2^2 + 14x_1^6x_2 + 3x_1^7 + 1 = 0, \\ 70x_1^6x_2^2 + 67x_1^7x_2 + 14x_1^8 - x_2 = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Умножая первое уравнение (5) на $5x_1$ $(x_1 \neq 0)$ и отнимая второе, получим

$$x_2 = -\frac{x_1(x_1^7 + 5)}{3x_1^7 + 1}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в любое из уравнений системы (5) и обозначая $x_1^7 = z$, приходим к уравнению

$$z^3 + 57z^2 - 289z - 1 = 0. \tag{7}$$

Итак, имеются $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — целых три побочных лианитовых корня, следовательно, существуют три разных квадратных уравнения, числовые корни которых совпадают с первообразными корнями $x^7 - 1 = 0$.

Приступим теперь к решению уравнения деления круга с использованием формулы (3) для случаев $n = 5, 7, 11, 17$. В литературе обычно не приводится весь возможный спектр тех конечных уравнений, которые дают все множество первообразных корней для каждого случая показателя n. Поэтому стоит в случае $n = 5, 7, 17$ выделить весь возможный спектр соответствующих первообразных корней.

Пусть требуется решить уравнение $x^5 - 1 = 0$. Поищем всё возможное множество квадратных уравнений, которые имеют ровно один общий числовой корень с исходным уравнением $x^5-1=0$. В пределах алгебры (2) искомое множество $f_0(x)=x^2+px+q$ трёхчленов имеет основной лианитовый корень вида $\sigma=\left(-p,\dfrac{q}{p}\right)$. Подставляя его в $x^5-1=f(x)$, получим лианит $f(\sigma)=\sigma^5-1$. По формуле (3) $\sigma^5-1=\left[x_{01}\varphi,\dfrac{q}{p}\varphi\right]$, где x_{01} есть несовпадающий корень уравнения $x^2+px+q=0$ (x_{02} общий числовой корень между $f_0(x)$ и $f(x)=x^5-1$). Имеем

$$\sigma^5-1=\left[-p^5+4p^3q-3pq^2-1,\frac{q}{p}(p^4-3p^2q+q^2)\right]=\left[x_{01}\cdot\varphi,\frac{q}{p}\varphi\right],$$

следовательно

$$\varphi(p,q)=p^4-3p^2q+q^2. \tag{8}$$

А тогда $x_{01}=\dfrac{-p^5+4p^3q-3pq^2-1}{p^4-3p^2q+q^2}=-p-x_{02}$ (теорема Виета). Окончательно

$$x_{02}=\frac{-qp^3+2q^2p+1}{p^4-3p^2q+q^2}. \tag{9}$$

Подставляя (9) в $f_0(x)=x^2+px+q=0$, получаем конечное параметрическое уравнение

$$p^5-5qp^3+5q^2p+q^5+1=0. \tag{10}$$

Согласно (10) любая пара (p,q), удовлетворяющая этому параметрическому уравнению, гарантирует существование квадратного уравнения, у которого ровно один общий числовой корень с уравнением $x^5-1=0$. При $q=-1$ получаем очевидное разложение $p(p^4+5p^2+5)=0$. Пара $(p,q)=(0,1)$ даёт $x^2-1=0$, т.е. $x_{02}=1$ является корнем $x^5-1=0$ (непервообразной).

Все остальные возможные пары $(p,q)=(p,-1)$, где p является корнем $p^4+5p^2+5=0$, дают все множество квадратных уравнений, у которых один из числовых корней совпадает с одним из первообразных корней уравнения $x^5-1=0$. Исторически Гаусс свел задачу нахождения первообразных корней к цепи уравнений более низших степеней, причем последнее звено этой цепи есть уравнение с единичным свободным членом. Следуя Гауссу, выделим весь возможный спектр решений уравнения (10) при $q=1$, иначе

$$p^5-5p^3+5p+2=0. \tag{11}$$

Разложим (11) по неопределённым коэффициентам:

$$p^5-5p^3+5p+2=(p^2+a_1p+a_2)(p^3+b_1p^2+b_2p+b_3).$$

Имеем

$$\left\{\begin{array}{l} a_1+b_1=0\\ a_2+b_2+a_1b_1=-5\\ b_3+a_1b_2+b_1a_2=0\\ a_1b_3+a_2b_2=5\\ a_3b_2=2\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} -a_2^2+(3a_1^2-5)a_2+5a_1^2-a_1^4-5=0\\ \\ 2a_1a_2^2+(5a_1-a_1^3)a_2-2=0\\ \\ a_2=\dfrac{2(a_1+1)(a_1^4-a_1^3-4a_1^2+4a_1+1)}{5(a_1+1)(a_1-1)}\end{array}\right. \tag{12}$$

Случаю $a_1 = -1$ соответствует $a_2 = -1$, т.е. $p^2 - p - 1 = 0$ (именно этот случай был найден Гауссом), однако из (12) следует (после сокращения на $a_1 + 1 \neq 0$) общее условие:

$$\begin{aligned}&(a_1^8 - 2a_1^7 - 12a_1^6 + 26a_1^5 + 20a_1^4 - 44a_1^3 - 7a_1^2 + 18a_1 - 4) = \\ &= (a_1+1)^2(a_1^2 - 3a_1 + 1)^2(a_1^2 + 2a_1 - 4) = 0.\end{aligned} \tag{13}$$

Например, случаю $a_1^2 - 3a_1 + 1 = 0$ соответствуют пары $(p, q) = \left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}, 1\right); \left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}, 1\right)$, для которых один из числовых корней уравнения $f_0(x) = x^2 + px + q = 0$ заведомо есть первообразный корень уравнения $x^5 - 1 = 0$.

Переходим к вычислению первообразных корней $x^7 - 1 = 0$.

В пределах той же самой алгебры (2), возведя лианит $\sigma = \left(-p, \dfrac{q}{p}\right)$ в седьмую степень и подставляя его в $f(x) = x^7 - 1$, дальше, по формуле (3), получаем

$$\varphi(p, q) = p^6 - 5p^4q + 6p^2q^2 - q^3. \tag{14}$$

Следовательно, вид общего числового корня x_{02} между уравнениями $f_0(x) = x^2 + px + q$ и $x^7 - 1 = 0$ дается по формуле

$$x_{02} = \frac{-p^5q + 4p^3q^2 - 3pq^3 + 1}{p^6 - 5p^4q + 6p^2q^2 - q^3}. \tag{15}$$

Подставляя (15) в уравнение $f_0(x) = x^2 + px + q = 0$, получаем

$$p^7 - 7qp^5 + 14q^2p^3 - 7q^3p + q^7 + 1 = 0. \tag{16}$$

(Конечно, соответствующие выкладки окажутся намного проще, если заранее взять конкретное значение p или же q, например $q = -1$). Уравнение (16) при $q = -1$ решается тривиально:

$$p(p^6 + 7p^4 + 14p^2 + 7) = 0. \tag{17}$$

Обозначая $p^2 = z$, приходим к конечному уравнению

$$z^3 + 7z^2 + 14z + 7 = 0. \tag{18}$$

При каждом из z соответствующая пара $(p, q) = (\pm\sqrt{z}, -1)$ приводит к уравнению $f_0(x) = x^2 + (\pm\sqrt{z})x - 1 = 0$, у которого один из числовых корней заведомо является первообразным корнем уравнения $x^7 - 1 = 0$. (18) неприводимо в смысле Кардано, следовательно, его корни не могут быть выражены через квадратные радикалы. Случай $n = 11$ (случай Вандермонда) вычисляется по той же стандартной схеме. В итоге для конечного параметрического уравнения получаем

$$q^{11} - 11pq^5 + 55p^3q^4 - 77p^5q^3 + 44p^7q^2 - 11p^9q + p^{11} + 1 = 0. \tag{19}$$

Если взять $q = -1$ и обозначить $z = p^2$, то получается разрешимое в радикалах уравнение пятой степени

$$z^5 + 11z^4 + 44z^3 + 77z^2 + 55z + 11 = 0. \tag{20}$$

Отметим лишь, что методом неопределенных коэффициентов (20) разлагается на такие множители 2-й и 3-й степени, коэффициенты которых вычисляются как числовые корни определенного уравнения 3-й степени.

Принципиально важным случаем, однако, является так называемый случай Гаусса [3], а именно, выделение первообразных корней уравнения $x^{17} - 1 = 0$ через квадратные радикалы. Этот случай и является главной целью настоящей статьи, и мы изложим процесс нахождения корней более подробно.

Возведя лианитовое решение $\sigma = \left(-p, \dfrac{q}{p}\right)$ искомого уравнения $f_0(x) = x^2 + px + q = 0$ в 17-ю степень и следуя стандартной процедуре использования формулы (3), получаем

$$\begin{aligned}\varphi(p,q) = [&p^{16} - 15p^{14}q + 91p^{12}q^2 - 286p^{10}q^3 + 495p^8q^4 - 462p^6q^5 + 210p^4q^6 - \\ &- 36p^2q^7 + q^8].\end{aligned} \tag{21}$$

Конечно же, можно избегать громоздкости, заранее подбирая определенное значение для p или q параметров, однако, думается, стоит привести наиболее общий вид параметрического уравнения. Итак, по уже известной схеме посредством (21) находим общий корень между уравнениями $x^{17} - 1 = 0$ и $x^2 + px + q$, дальше, подставляя x_{02} в уравнение $f_0(x) = x^2 + px + q = 0$, получаем

$$\begin{aligned}&q^{17} + 17pq^8 - 204p^3q^7 + 714p^5q^6 - 1122p^7q^5 + 935p^9q^4 - 442p^{11}q^3 + 119p^{13}q^2 - \\ &\qquad - 17p^{15}q + p^{17} + 1 = 0.\end{aligned} \tag{22}$$

При значении $q = -1$, обозначая $p^2 = z$, получаем уравнение 8-й степени

$$z^8 + 17z^7 + 119z^6 + 442z^5 + 935z^4 + 1122z^3 + 714z^2 + 204z + 17 = 0. \tag{23}$$

Как и в случае $x^{11} - 1 = 0$, уравнение не только эффективно разлагается на множители, но и коэффициенты этих новых многочленов фигурируют как числовые корни определенных квадратных уравнений с целыми коэффициентами. Действительно, линейным преобразованием $z = z_0 - 2$ преобразуем (23) к более простому виду

$$z_0^8 + z_0^7 - 7z_0^6 - 6z_0^5 + 15z_0^4 + 10z_0^3 - 10z_0^2 - 4z_0 + 1 = 0. \tag{24}$$

Применяя метод неопределенных коэффициентов, представим (24) в виде произведения двух многочленов 4-й степени:

$$f(z_0) = (z_0^4 + a_1z_0^3 + a_2z_0^2 + a_3z_0 + a_4)(z_0^4 + b_1z_0^3 + b_2z_0^2 + b_3z_0 + b_4). \tag{25}$$

Имеем:

$$\begin{aligned} &a_1+b_1=1, && a_1b_4+b_1a_4+a_2b_3+b_2a_3=10,\\ &a_2+b_2+a_1b_1=-7, && a_2b_4+b_2a_4+a_3b_3=-10,\\ &a_3+b_3+a_1b_2+b_1a_2=-6, && a_3b_4+b_3a_4=-4,\\ &a_4+b_4+a_1b_3+b_1a_3+a_2b_2=15, && a_4b_4=1. \end{aligned} \tag{26}$$

Как правило, метод неопределенных коэффициентов эффективный, если сочетается с дополнительным условием. Замечая, что в (25) $f(0)=1$ и $f(1)=1$, возникает "подозрение", что существует разложение, при котором либо $a_4=1$, $b_4=1$, либо же $a_4=b_4=-1$. Именно предположение, что $a_4=b_4=-1$, избавляет нас от необходимости подыскать весь возможный спектр решений системы (26). В (26) из условия $a_4=-1$, $b_4=-1$ немедленно вытекает

$$\begin{cases} a_2=\dfrac{a_1^2-a_1^3+7a_1-10}{1-2a_1}=\dfrac{11+7a_3+a_1a_3-a_1^2a_3}{4-2a_3},\\ a_3=\dfrac{-51+50a_1+4a_1^2-4a_1^3}{-13+a_1-a_1^2}. \end{cases} \tag{27}$$

Из (27) немедленно следует система

$$\begin{cases} a_1^8-4a_1^7-27a_1^6+95a_1^5+83a_1^4-329a_1^3+61a_1^2+120a_1-560=0,\\ a_1^6-3a_1^5-20a_1^4+45a_1^3+96a_1^2-119a_1-172=0. \end{cases} \tag{28}$$

С помощью алгоритма Евклида можно убедиться, что квадратный трёхчлен $f(a_1)=a_1^2-a_1-4$ является общим множителем для обоих многочленов (28). Весь возможный спектр решения системы (26) можно получить, применяя иные, более мощные подходы, однако для нашей цели достаточно существования трёхчлена $f(a_1)=a_1^2-a_1-4$, числовые корни которого $a_1=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$. Из системы (26) тогда можно вычислить также все остальные коэффициенты, ибо $a_4=b_4=-1$ уже заранее известны. Окончательно имеем разложение вида

$$\begin{aligned} &z_0^8+z_0^7-7z_0^6-6z_0^5+15z_0^4+10z_0^3-10z_0^2-4z_0+1=\\ &=\left[z_0^4+\frac{1+\sqrt{17}}{2}z_0^3+\frac{\sqrt{17}-3}{2}z_0^2+(2-\sqrt{17})z_0-1\right]\times\\ &\times\left[z_0^4+\frac{1-\sqrt{17}}{2}z_0^3+\frac{-3-\sqrt{17}}{2}z_0^2+(2+\sqrt{17})z_0-1\right]. \end{aligned} \tag{29}$$

Каждая из скобок разложения, оказывается, разлагается на два квадратных трёхчлена. Разложим, например, первую скобку. Имеем

$$\begin{aligned} F(z_0)&=z_0^4+\frac{1+\sqrt{17}}{2}z_0^3+\frac{\sqrt{17}-3}{2}z_0^2+(2-\sqrt{17})z_0-1=\\ &=(z_0^2+k_1z_0+k_2)(z_0^2+k_3z_0+k_4). \end{aligned} \tag{30}$$

Иначе:

$$k_1+k_3=\frac{\sqrt{17}+1}{2},\ k_2+k_4+k_1k_3=\frac{\sqrt{17}-3}{2},\ k_1k_4+k_2k_3=2-\sqrt{17},\ k_2k_4=-1. \quad (31)$$

Коэффициенты $K_1,\ K_3$ оказываются числовыми корнями уравнения $x^2-\frac{1+\sqrt{17}}{2}x-1=0.$ А именно

$$K_1=\frac{\sqrt{17}+1-\sqrt{2(17+\sqrt{17})}}{4};\quad K_3=\frac{\sqrt{17}+1+\sqrt{2(17+\sqrt{17})}}{4}. \quad (32)$$

А тогда из системы (31) могут быть вычислены коэффициенты K_2, K_4:

$$K_4=\frac{\sqrt{17}-1+\sqrt{2(17-\sqrt{17})}}{4};\quad K_2=\frac{\sqrt{17}-1-\sqrt{2(17-\sqrt{17})}}{4}. \quad (33)$$

Итак, имеем

$$z_0^2+k_1z_0+k_2=z_0^2+\frac{\sqrt{17}+1-\sqrt{2(17+\sqrt{17})}}{4}z_0+\frac{\sqrt{17}-1-\sqrt{2(17-\sqrt{17})}}{4}=0.$$

Найдя z_0, получим и $z=z_0-2=p^2$. Следовательно, $p=\pm\sqrt{z_0-2}$. Окончательно, один из числовых корней уравнения $x^2+px-1=0$ (вспомним, что взят был случай $q=-1$) заведомо первообразный корень уравнения $x^{17}-1=0$. Вообще любое решение уравнения (23) ведет к нахождению исключительно только первообразных корней, ибо при $q=-1$ случаю $p=0$ соответствует уравнение $x^2-1=0$ и корень $x=1$ совпадает с единичным решением уравнения $x^{17}-1=0$.

Заключение. В работе рассмотрена задача о нахождении числовых и нечисловых корней *уравнений деления круга* с применением аппарата решения алгебраических уравнений, развитого в предыдущих работах [1,2]. Подробно разобраны уравнения со степенями $n=5,7,11$, а также $n=17$ (знаменитый случай Гаусса). Для уравнений перечисленных степеней найдены числовые и нечисловые корни. Несмотря на громоздкость вычислений, предлагаемый подход решения уравнений деления круга отличается концептуальной простотой и легко алгорифмируется.

Предлагаемый подход решения уравнений деления круга является более универсальным и практичным по сравнению со стандартными групповым подходом теории Галуа.

Московский физико-технический институт

Ереванский государственный университет

Л. В. Акопян

Об уравнении деления круга

В работе рассмотрен класс алгебраических уравнений, решениями которых являются корни из единицы различной степени (т.н. проблема корней многочленов деления круга или задача Гаусса). В ходе работы дано систематическое описание аппарата и средств *лианитовых* [1, 2] алгебр, посредством которых задача может быть решена в общем случае. Продемонстрировано принципиальное преимущество предлагаемого метода перед стандартными *групповым* подходом теории Галуа.

Լ. Վ. Հակոբյան

Շրջանի հավասար մասերի բաժանման մասին

Հոդվածում ուսումնասիրվում են հանրահաշվական հավասարումներ, որոնց լուծումները պարբեր ասփիճանի արմապներ են մեկից (այսպես կոչված Գաուսի խնդիրը)։ Կիրառված է ընդհանուր ոչ թվային մոփեցում ցանկացած ասփիճանի հավասարումների նկապմամբ։ Հոդվածում նաեւ վերլուծված են առաջարկված մոփեցման փեսական եւ կիրառական առավելությունները խմբերի փեսության հանդեպ։

L.V. Hakobyan

The Solution of Cyclotomic Equations within the Framework of Lianit Algebra

The paper studies a set of algebraic equations the solutions of which are given as roots of identity at various powers (the so called problem of cyclotomic equations also known as the Problem of Gauss). A general lianit [1, 2] algebra approach is successfully applied to the problem of solving cyclotomic equations of arbitrary powers. The analysis of the advantages in the proposed approach versus the classical group approach in both theoretical and practical aspects is discussed as well.

Литература

1. *Акопян Л.В.* - Уч. записки ЕГУ. 2007. N2. С. 23-34.
2. *Акопян Л.В.* - Уч. записки ЕГУ. 2007. N3. С. 33-43.
3. *Постников М.М.* Теория Галуа. М. Физматгиз. 1963.