ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 108 2008 № 1

Ì ÀÒÅ Ì ÀÒÈ ÊÀ

УДК 519.1

Æ. Ã. Ì àðãàðÿí, À. Ð. Ì àíóêÿí

Êîëè÷åñòâî òðåóãîëüíèêîâ â ãðàôå ïî ïîñëåäîâàòåëüíîñòè ð¸áåð

(Представлено академиком Ю.Г. Шукуряном 23/X 2007)

Êëþ÷åâûå ñëîâà: *граф, вершина, ребро, достижимая оценка, компонента связности*

Пусть $G=(V,E)$ — обыкновенный граф [1], где $V=\{v_1,\dots,v_n\}$ — множество вершин, а $E=\{e_1,\dots,e_m\}$ — множество рёбер. Говоря "обыкновенный граф", мы понимаем неориентированный граф, в котором нет петель и кратных рёбер.

Рассмотрим последовательность рёбер графа $\{e_{i_1},\dots,e_{i_m}\}$, где $\{i_1,\dots,i_m\}$ любая перестановка чисел $\{1,\dots,m\}$.

Îïðåäåëåíèå. *Ребро* e_{i_p} *образует треугольник для данной последовательности рёбер* $\{e_{i_1},\dots,e_{i_m}\}$, *если рёбра* e_{i_p} *и* $e_{i_{p-1}}$ *имеют общую вершину и если при* $e_{i_p}=(x,y)$, $e_{i_{p-1}}=(z,x)$ *ребро* $(z,y)\in E$ *встречается в последовательности* $\{e_{i_1},\dots,e_{i_m}\}$ *перед* e_{i_p}.

Ïðèìåð 1.

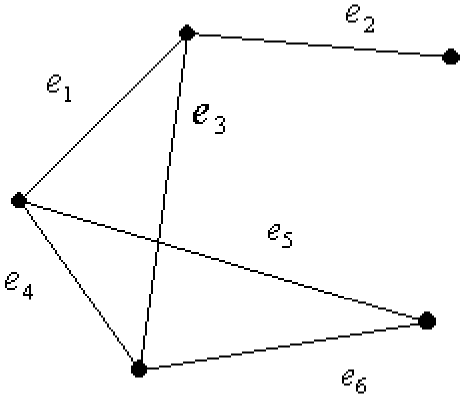

Рис. 1

На рис. 1 изображён граф, в котором ребро e_3 образует треугольник для последовательности рёбер $\{e_1, e_4, e_3, e_5, e_2, e_6\}$. При последовательности $\{e_1, e_4, e_5, e_3, e_2, e_6\}$ рёбер, образующих треугольник, нет.

Обозначим через $f(e_{i_1}, \dots , e_{i_m})$ количество рёбер, образующих треугольники для данной последовательти рёбер $\{e_{i_1}, \dots , e_{i_m}\}$.

Ïðèìåð 2.

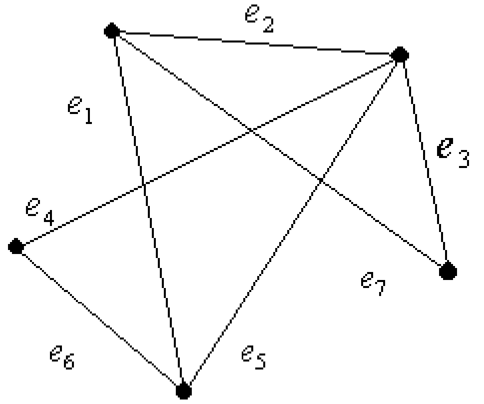

Рис. 2

Для последовательности рёбер $\{e_4, e_5, e_6, e_2, e_3, e_1, e_7\}$, показанной на рис. 2, $f(e_4, e_5, e_6, e_2, e_3, e_1, e_7)$, а для последовательности $\{e_2, e_3, e_7, e_4, e_5, e_6, e_1\}$ $f(e_2, e_3, e_7, e_4, e_5, e_6, e_1) = 2$. Последовательности рёбер $\{e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_1\}$ соответствует $f(e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_1) = 0$.

Введём следующие функции для графа G:

$$\varphi(G) = \max_{(i_1,\dots,i_m)\in S_m} f(e_{i_1}, \dots , e_{i_m}),$$

$$\psi(G) = \min_{(i_1,\dots,i_m)\in S_m} f(e_{i_1}, \dots , e_{i_m}),$$

где S_m — множество всех перестановок чисел.

Обозначим через K_n полный граф, имеющй n вершин.

Óòâåðæäåíèå 1. $\psi(K_3) = 1$, $\psi(K_4) = 1$.

Òåîðåìà 1. *Для произвольного графа G при $G \neq K_3$ и $G \neq K_4$ $\psi(G) = 0$.*

Óòâåðæäåíèå 2. $\varphi(K_n) = C^2_{n-1}$ *для* $n \geq 3$.

Òåîðåìà 2. *Для произвольного графа G $\varphi(G) \leq m-n+k$, где k — количество компонент связности графа.*

Следует отметить, что оценка, данная в теореме 2, достижима для деревьев и полных графов.

Òåîðåìà 3. *Для любых $n \geq 5$ и $k \in \lfloor 0, C^2_{n-1} \rfloor$ существует последовательность рёбер $\{e_{i_1}, \dots , e_{i_m}\}$ в графе K_n такая, что $f(e_{i_1}, \dots , e_{i_m}) = k$.*

Ереванский государственный университет

Æ. Ã. Ìàðãàðÿí, À. Ð. Ìàíóêÿí

Êîëè÷åñòâî òðåóãîëüíèêîâ â ãðàôå ïî ïîñëåäîâàòåëüíîñòè ð¸áåð

По всем последовательностям рёбер определено минимальное и максимальное количество образующих треугольников для графа. Для любого графа найдено минимальное количество образующих треугольников, а для максимального значения приведена достижимая верхняя оценка.

Ժ. Գ. Մարգարյան, Ա. Ռ. Մանուկյան

Գրաֆի՝ եռանկյուն առաջացնող կողերի քանակը ըստ փրված հաջորդականության

Գրաֆի համար սահմանված են առաջացող եռանկյունների քանակի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները՝ ըստ կողերի բոլոր հաջորդականությունների: Կամայական գրաֆի համար գտնված է առաջացող եռանկյունների քանակի փոքրագույն արժեքը, իսկ մեծագույն արժեքի համար բերված է հասանելի վերին գնահատական:

Zh. G. Margaryan, A. R. Manukyan

The Quantity of the Graph Triangles Due to the Sequence of Edges

We have defined the maximum and minimum values of the quantity of the forming triangles due to all the sequences of the edges. The minimal value of the quantity of the forming triangles for every graph has been found. And the possible attainable upper limit of the maximum value has been proposed.

Ëèòåðàòóðà

1. *Харари Ф.* Теория графов. М. Мир. 1973.
2. *Зыков А.А.* Теория конечных графов. Новосибирск. Наука. 1969.