

ÔÈÇÈÈÀ

УДК 539.2

Ք. Ի . Ի ի անանյի, Ա. Ն. Նաաեյի

Ի ծաննայի եե յեաեոծի ա ի ա ի անի եոի ու անուածո

(Представлено академиком Э.М. Казаряном 18/XI 2006)

Էթ-անու անա: *магнитный барьер, резонансные уровни, спин-магнитное взаимодействие, трансферматрица, намагниченность, спиновая поляризация*

1. **Անանյի եա.** Одной из основных задач спинтроники является создание спиновой поляризации электронов в полупроводниковых структурах. Известный метод инжекции из ферромагнетика или разбавленного магнитного полупроводника трудноосуществим [1]. Недавние эксперименты показывают, что эту задачу проще решить с помощью магнитных туннельных структур, в которых селекция электронов по спину осуществляется только с помощью прикладываемого напряжения [2,3]. При этом на вольт-амперной характеристике появляются пики, обусловленные резонансным туннелированием электронов с разной спиновой ориентацией и практически стопроцентной спиновой поляризацией. Для теоретического исследования этих систем в первую очередь необходимо детально представить всю картину рассеяния электрона на магнитных барьерах, в частности, речь идет о построении амплитуд рассеяния вперед и назад.

Ниже задача рассеяния решена для одного и двух идентичных магнитных барьеров (когда совпадают высоты барьеров и их намагниченности). Показано, что коэффициент прохождения не зависит от ориентации вектора намагниченности. Возможно резонансное прохождение двухбарьерной системы, причем существуют две группы резонансных уровней, соответствующие взаимно противоположным спиновым ориентациям. Средний спин прошедшей электронной волны параллелен вектору намагниченности.

Координатную систему выберем так, чтобы оси  $x$  и  $y$  находились в плоскости интерфейса, а ось  $z$  - по нормали. Потенциальная энергия взаимодействия электрона с барьером имеет вид

$$V(z) = (V_0 - \mu \vec{M} \vec{\sigma}) f(z), \quad (1)$$

где  $V_0$  - высота барьера,  $\vec{M}$  - классический вектор намагниченности барьера,  $\mu$  - магнетон Бора,  $\vec{\sigma}$  - тройка матриц Паули,  $f(z)$  - финитная четная функция с носителем  $[-a, a]$ . Такой выбор потенциала означает, что вне барьера намагниченность равна нулю. В случае двойного барьера к  $f(z)$  следует добавить слагаемое, которое представляет собой ту же функцию, но транслированную на  $d$ .

Волновая функция электрона удовлетворяет уравнению Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{m(z)} \frac{d\hat{\psi}(z)}{dz} \right] + V(z) \hat{\psi}(z) = E \hat{\psi}(z), \quad (2)$$

где  $\hat{\psi}(z)$  - спинорная волновая функция,  $m$  - переменная эффективная масса электрона. Так, в случае прямоугольного барьера с носителем  $[-a, a]$

$$m(z) = \begin{cases} m_1 & |z| \leq a \\ m_2 & |z| \geq a \end{cases}. \quad (3)$$

**2. Дією і дії айюї іє і айі є: ай і іїює.** Пусть намагниченность направлена по нормали к интерфейсу, т.е. по оси  $z$ , тогда оператор спин-магнитного взаимодействия имеет вид  $-\mu M \sigma_z$ .

На барьер слева падает неполяризованный по спину электрон; в результате возникают волны, рассеянные вперед и назад, которые описываются следующими асимптотическими волновыми функциями  $\hat{\psi}$ :

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_I &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{I} e^{ikz} + \hat{r} e^{-ikz}), \\ \psi_{II} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{t} e^{ikz}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\hat{I}$  - вектор-столбец, удовлетворяющий условию  $\hat{I}^+ \hat{I} = 1$  и описывающий падающую волну; его выберем в виде

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} e^{i\alpha} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  - неопределенная вещественная фаза, значение которой не может быть зафиксировано никаким условием; в дальнейшем при вычислении коэффициента прохождения, а также среднего спина прошедшего электрона

по  $\alpha$  будет проведено усреднение (усреднение по ансамблю налетающих электронов),  $\hat{t}$ ,  $\hat{r}$  - столбцы, соответствующие амплитудам прохождения и отражения, которые удовлетворяют следующему очевидному соотношению:  $\hat{r}^+ \hat{r} + \hat{t}^+ \hat{t} = 2$ . Сомножители  $2^{-1/2}$  перед  $\hat{t}$  и  $\hat{r}$  введены для удобства, а индексы  $I, II$  нумеруют области слева и справа от барьера соответственно.

В силу диагональности матрицы спин-магнитного взаимодействия уравнение (2) распадается на два - для неперемешивающихся компонент  $\psi_l(z)$ ,  $l = 1, 2$ , одна из которых соответствует рассеянию электрона со спином, направленным по намагниченности, а другая - против. Решая эти уравнения, получим парциальные амплитуды прохождения и отражения.

Так, в случае прямоугольного барьера получают следующие выражения для этих амплитуд:

$$t_l = \frac{m_2}{m_1} \frac{4ikq_l e^{-2ik\alpha + i\alpha}}{\left(q_l + i\frac{m_2}{m_1}k\right)^2 e^{-q_l a} - \left(q_l - i\frac{m_2}{m_1}k\right)^2 e^{q_l a}}, \quad (6)$$

$$r_l = \frac{2\left(q_l^2 + i\frac{m_2}{m_1}k^2\right) shq_l a}{\left(q_l + i\frac{m_2}{m_1}k\right)^2 e^{-q_l a} - \left(q_l - i\frac{m_2}{m_1}k\right)^2 e^{q_l a}}, \quad (6a)$$

где  $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_1 E}$ ,  $q_l = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_2 (V_0 \mp \mu M - E)}$ ,  $l = 1, 2$ .

Из (6) и (6a) видно, что для электронов со спином, направленным по намагниченности, эффективная высота барьера равна  $V_0 - \mu M$ , а для электронов со спиновой ориентацией против намагниченности -  $V_0 + \mu M$ . Эти выражения получены для подбарьерной области энергий  $E < V_0 - \mu M$ . Соответствующие выражения для амплитуд в "надбарьерных" областях легко получаются из (6) и (6a).

Рассмотрим теперь рассеяние электрона на системе из двух идентичных магнитных барьеров, центры которых разнесены на расстояние  $d$ , а намагниченности направлены по оси  $z$ . Соответствующие амплитуды можно построить, например, методом трансфер-матрицы [4], которую можно представить в блочно-диагональном виде:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix}, \quad S_l = \begin{pmatrix} 1/t_l^* & -r_l^*/t_l^* \\ r_l/t_l & 1/t_l \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, \quad (7)$$

$$T_l = \frac{t_l^2 e^{i\alpha_l}}{1 - r_l^2 \exp(2ikd)}, \quad l = 1, 2, \quad (8)$$

где  $t_l$ ,  $r_l$  - парциальные амплитуды для уединенного барьера, в случае прямоугольного они определяются выражениями (6), (6a);  $\alpha_1 = \alpha$ ,  $\alpha_2 = 0$ .

Коэффициент прохождения

$$D = \frac{1}{2} \hat{T}^+ \hat{T} = \frac{1}{2} (|T_1|^2 + |T_2|^2) = D_{\uparrow} + D_{\downarrow} \quad (9)$$

равен сумме коэффициентов прохождения электронов со спинами по и против  $z$ .

Учитывая, что  $|r_l|^2 + |t_l|^2 = 1$ , можно показать, что при значениях энергии электрона, определяемых из уравнений

$$\delta_l = kd + \pi(n + 1/2), \quad (10)$$

где  $\delta_l$  - парциальные фазы рассеяния на одиночном барьере, один из коэффициентов прохождения становится равным 1/2, в то время как второй остается экспоненциально малой величиной.

В случае прямоугольного барьера фазы  $\delta_l$  имеют вид

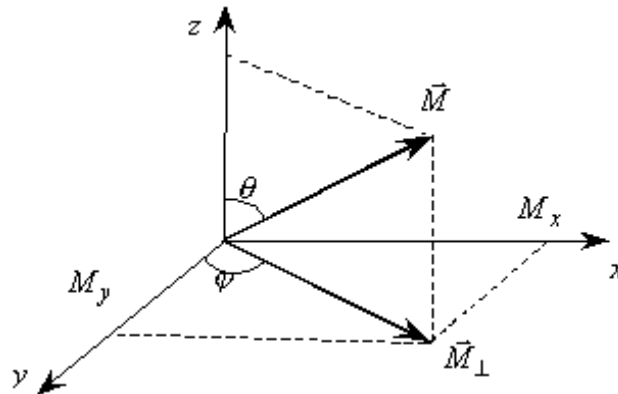
$$\delta_l = \frac{\pi}{2} - 2ka + \text{arctg} \left\{ \frac{2q_l k}{m_2 k^2 / m_1 - m_1 q^2 / m_2} \text{cth}(q_l a) \right\}. \quad (11)$$

Итак, при энергиях близких к  $E_l$  электрон с одной ориентацией спина резонансным образом проходит через барьер, в то время как вероятность рассеяния вперед электрона с обратной ориентацией спина экспоненциально мала.

**3. Дієї і дієсâієüіі îðåáíðèðîââáííé íàì äâí è÷áí íîðè.** Пусть намагниченность барьера ориентирована произвольно и характеризуется углами  $\theta, \varphi$  (рисунок;  $xoy$  - плоскость интерфейса), тогда

$$M_x = M \sin \theta \cos \varphi, \quad M_y = M \sin \theta \sin \varphi, \quad M_z = M \cos \theta, \quad (12)$$

$$M_{\perp} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = M \sin \theta, \quad \text{tg} \varphi = \frac{M_y}{M_x}.$$



После калибровочного преобразования  $\psi_{1,2} \rightarrow \psi_{1,2} e^{\pm i\varphi/2}$  оператор спин-магнитного взаимодействия приобретает вид

$$-\mu \vec{M} \vec{\sigma} = - \begin{pmatrix} M_z & M_{\perp} \\ M_{\perp} & -M_z \end{pmatrix}, \quad (13)$$

т.е. зависимость от  $\varphi$  исчезает.

Волновые функции задачи рассеяния будем искать в виде (4) с заменой амплитуд  $\hat{t}$  и  $\hat{r}$  на  $\hat{\tau}$  и  $\hat{\rho}$ .

Диагонализуем гамильтониан системы, совершив ортогональное преобразование

$$\begin{aligned}\bar{H} &= U^+ \hat{H} U, \\ U &= \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix},\end{aligned}\tag{14}$$

а преобразованные волновые функции запишем в виде

$$\begin{aligned}\hat{\xi}_I &= U^+ \hat{\psi}_I = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{b}e^{ikz} + \hat{r}'e^{-ikz}), \\ \hat{\xi}_{II} &= U^+ \hat{\psi}_{II} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{t}'e^{ikz},\end{aligned}\tag{15}$$

где  $\hat{r}' = U^+ \hat{\rho}$ ,  $\hat{t}' = U^+ \hat{\tau}$  столбец  $\hat{b}$  имеет вид

$$\hat{b} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2)e^{i\alpha} - \sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2)e^{i\alpha} + \cos(\theta/2) \end{pmatrix}.\tag{16}$$

В результате приходим к уравнению Шредингера со спин-магнитным взаимодействием  $-\mu M \sigma_z$ , а амплитуды прохождения и отражения совпадают с парциальными амплитудами  $\hat{t}$ ,  $\hat{r}$  с точностью до постоянных:

$$t'_l = b_l t_l, \quad r'_l = b_l r_l, \quad l = 1, 2,\tag{17}$$

где  $b_l$  - компоненты столбца  $\hat{b}$  (16).

Совершив, наконец, обратное  $U$ -преобразование, получим следующие выражения для амплитуд:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= b_1 t_1 \cos \frac{\theta}{2} - b_2 t_2 \sin \frac{\theta}{2}, & \rho_1 &= b_1 r_1 \cos \frac{\theta}{2} - b_2 r_2 \sin \frac{\theta}{2}, \\ \tau_2 &= b_1 t_1 \sin \frac{\theta}{2} + b_2 t_2 \cos \frac{\theta}{2}, & \rho_2 &= b_1 r_1 \sin \frac{\theta}{2} + b_2 r_2 \cos \frac{\theta}{2}.\end{aligned}\tag{18}$$

Итак, когда ориентация намагниченности произвольна, амплитуды прохождения и отражения представляют собой суперпозиции парциальных амплитуд.

Задачу можно решить и не прибегая к унитарному преобразованию гамильтониана. Однако этот метод удобен тем, что позволяет явным образом выделить зависимость амплитуд от ориентации намагниченности и, кроме того, позволяет решить задачу рассеяния для нескольких барьеров, поскольку

унитарно-преобразованные амплитуды можно найти с помощью блочно-диагональной трансфер-матрицы. Мы не будем приводить вывод формул для амплитуд прохождения электрона через систему из двух идентичных магнитных барьеров, а сразу приведем результаты:

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= b_1 T_1 \cos \frac{\theta}{2} - b_2 T_2 \sin \frac{\theta}{2}, \\ \Theta_2 &= b_1 T_1 \sin \frac{\theta}{2} + b_2 T_2 \cos \frac{\theta}{2},\end{aligned}\tag{19}$$

где через  $\Theta_{1,2}$  обозначены соответствующие амплитуды прохождения, а  $T_{1,2}$  определяются выражениями (8). Коэффициенты прохождения после усреднения по фазе  $\alpha$  совпадают с (9), т.е. не зависят от ориентации магнитного момента.

4. **Ñïëíîáàÿ ïïëÿðèçàðòèÿ.** Знание волновой функции рассеянного электрона позволяет вычислить среднее значение его спина. Так, среднее значение спина рассеянного вперед электрона равно

$$\bar{S} = \frac{\sim \overline{\Theta^+ \vec{\sigma} \Theta}}{\overline{\Theta^+ \Theta}}, \quad \Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix},\tag{20}$$

где в правой части проведено усреднение по фазе  $\alpha$ .

В результате для средних значений компонент получим:

$$\bar{S}_x = \frac{\sim}{2} \lambda \sin \theta, \quad \bar{S}_y = 0, \quad \bar{S}_z = \frac{\sim}{2} \lambda \cos \theta,\tag{21}$$

где  $\lambda = \frac{D_{\uparrow} - D_{\downarrow}}{D_{\uparrow} + D_{\downarrow}}$  - степень спиновой поляризации.

Отсюда следует, что средний спин параллелен намагниченности. Когда энергия электрона близка к одному из резонансных значений, определяемых из уравнения (10),  $|T_1|^2 \approx 1$ ,  $|T_2|^2 \ll |T_1|^2$  и является экспоненциально малой величиной, и тогда

$$\bar{S}_x \approx \frac{\sim}{2} \sin \theta, \quad \bar{S}_z \approx \frac{\sim}{2} \cos \theta.\tag{22}$$

Итак, степень поляризации рассеянного вперед электрона близка к ста процентам - с точностью до экспоненциально малых членов. Электрон, прошедший через одиночный магнитный барьер, также оказывается спин-поляризованным по намагниченности, однако, используя (6), можно показать, что в этом случае

$$\bar{S}_x = \frac{\sim \mu M}{2 V_0} \sin \theta, \quad \bar{S}_z = \frac{\sim \mu M}{2 V_0} \cos \theta,\tag{23}$$

Причем  $\mu M < 10^{-4}$  эВ,  $V_0 \sim 1$  эВ, так что  $\mu M/V_0 \ll 1$ , поэтому для наблюдения эффекта важно использование двойного барьера: резонансное туннелирование увеличивает величину среднего спина в  $10^4$  раз.

Государственный инженерный университет Армении

**Ռ. Մ. Մովսեսյան , Ա. Ս. Սահակյան**

### **Էլեկտրոնի ցրումը մագնիսական պարունեղների արգելքների վրա**

Աշխարանքում դիտարկված է չբևեռացված էլեկտրոնների ցրումը մագնիսական արգելքների վրա: Յույց է քրված, որ երբ հեղերոկառուցվածքը պարունակում է երկու մագնիսական պարունեղ, ռեզոնանսային անցման շնորհիվ, անցած էլեկտրոնների բևեռացման աստիճանը մոտ է 100 քոկոսին:

**R. M. Movsessyan, A. S. Sahakyan**

### **Electron Scattering on Magnetic Barriers**

The scattering of nonpolarized electrons on magnetic barriers is considered. In the case when the heterostructure contains two magnetic barriers, due to resonance penetratin between them, the possibility to obtain a 100 percent spin polarization of penetrated electrons is investigated.

### **Էջծծծծծծծ**

1. *Аронов А.Г.* - ЖЭТФ. 1976. Т. 71. В. 1(7). С. 370.
2. *Slobodskyy A., Gould G., Slobodskyy T.* - Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. P. 246601.
3. *Jiang X., Wang R., van Dijken S.* - Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. P. 256603.
4. *Ղազարյան Է.Ս., Պետրոսյան Ս.Գ.* Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները, Երևան, ՌՏՏ, 2005, 424 էջ.